

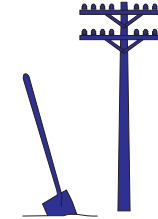
## Liikenneongelmien aikaskaalahierarkia

- Kiinnostavat aikaskaalat kattavat laajan alueen, yli 13 dekadia!
- Eri aikaskaaloissa esiintyvät ongelmat ovat eri tyyppisiä.
- Seuraavassa tullaan käsittelemään kolmen alimman aikaskaalan ongelmia alkaen alimmasta solu- tai pakettitasosta, edeten pursketasoon ongelmiin ja edelleen kutsu- tai vuotason ongelmiin.

### AIKASKAALAHIERARKIA

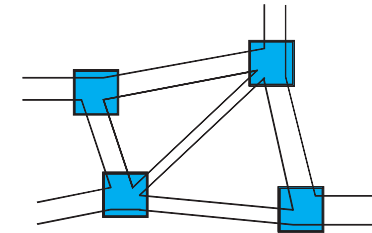
VERKON SUUNNITTELU  
JA RAKENTAMINEN

vuosia



VERKON DYNAAMINEN  
KONFIGUROINTI

tunteja



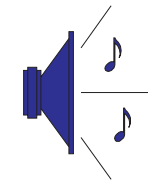
KUTSUTASO

minuutteja



PURSKETASO

ms ... s

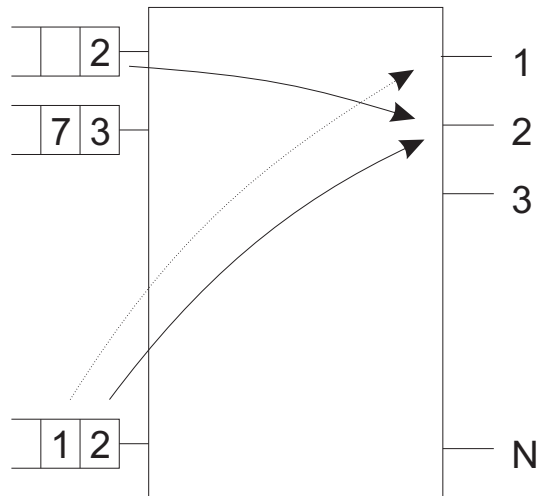


SOLUTASO

us  
/

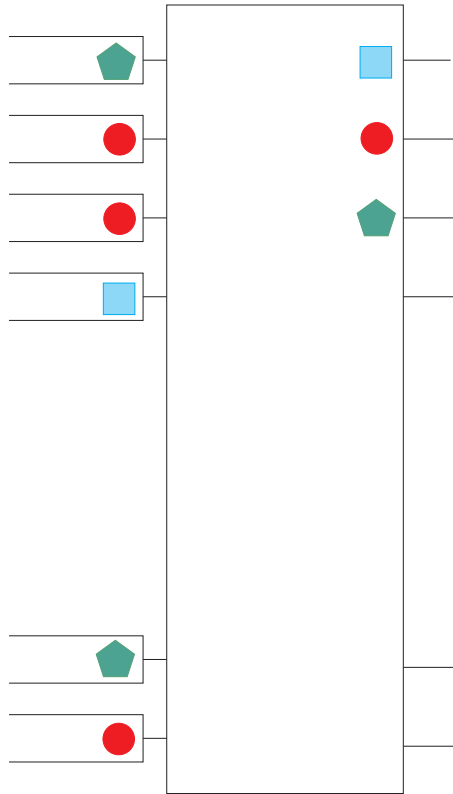


## HOL-esto tulopuskuroidussa ATM-kytkimessä



- HOL = Head of Line, jonon ensimmäinen solu
  - Samaan lähtöporttiin pyrkivistä HOL-soluista vain yksi lähetetään, muut jäävät odottamaan
  - Diskreettiaikainen (slotted time) järjestelmä
  - Aikaväli = solun lähetys-/saapumisaika
  - Kohdeosoitteet jakautuneet tasan lähtöporttien kesken
  - Rajaton tarjottu liikenne; tulopuskurit aina täynnä
  - Lämpäisy lähtöporttia kohden  $p$  = todennäköisyys, että lähtölinjan satunnaisesti valitussa aikavälissä lähtee solu
- HOL-esto: lähtöportti 1 on vapaa, mutta alimmassa jonossa lähtöporttiin 1 menevä solu joutuu odottamaan, koska sen edessä on solu, jota ei voida lähettää lähtöportin 2 kilpailun vuoksi

## HOL-jonot



- HOL-jono  $i$  muodostuu niistä HOL-asemassa olevista soluista, jotka pyrkivät lähtöön  $i$ .
- Jokaisessa aika-askeleessa kustakin ei-tyhjästä HOL-jonosta tulee lähetetyksi täsmälleen yksi solu,
  - tyhjästä jonosta ei tietenkään lähetetä yhtään solua.
- Kussakin aikavälissä kytkimestä lähtee keskimäärin  $N \cdot p$  solua;
  - kun  $N \rightarrow \infty$ , siirtyvien solujen lukumäärä pysyy (suhteellisesti ottaen) yhä lähempänä keskiarvoaan  $N \cdot p$ .
- Vastaava määrä soluja siirtyy puskureissa HOL-asemaan eli tulee uusina soluina HOL-jonoihin.

## HOL-jonoon saapuvien solujen lukumäärän jakauma

- Merkitään  $M = N \cdot p$  eli  $N = M/p$ .
- $M$ :stä solusta kukin on tarkoitettu lähtöön  $i$  todennäköisyydellä  $1/N$ .
- Jonoon  $i$  liittyvien solujen lukumäärä noudattaa jakaumaa  $\text{Bin}(1/N, M) = \text{Bin}(p/M, M)$ .
- Kun kytkimen koko kasvaa,  $N \rightarrow \infty$ , myös  $M \rightarrow \infty$ .
- Tällä rajalla saapuvien solujen jakauma on  $\text{Poisson}(p)$ .
- Jokaisella HOL-jonolla on sama jononpituusjakauma kuin jatkuva-aikaisella  $M/D/1$ -jonolla, jonka kuorma on  $p$ :
  - jatkuva-aikaisen jonon jononpituus voidaan selvittää upotuspisteissä, joiden etäisyys on yksi palveluaika  $D$  (upotuspisteissä pätee sama jakauma kuin mielivaltaisella hetkellä)
  - jononpituus upotuspisteissä noudattaa edellä kuvattua diskreettiaikaisen jonon sääntöä: jos jono jossain upotuspisteessä on ei-tyhjä, siitä poistuu seuraavaan pisteeseen mentäessä tasan yksi solu, ja tyhjistä jonosta ei mitään
  - upotuspisteiden välissä Poisson prosessista  $\lambda$  saapuvien uusien solujen määrä on Poisson-jakautunut keskiarvoparametrilla  $\rho = \lambda D$  (jota tässä merkitään  $p$ :llä)

## HOL-eston rajoittama läpäisy

- Koska kukin HOL-jono käyttäytyy kuten  $M/D/1$ -jono kuormalla  $p$ , on erityisesti kunkin jonon keskipituus (PK-keskiarvokaavan mukaan)

$$\text{HOL-jonon keskipituus} = p + \frac{1}{2} \frac{p^2}{1-p}$$

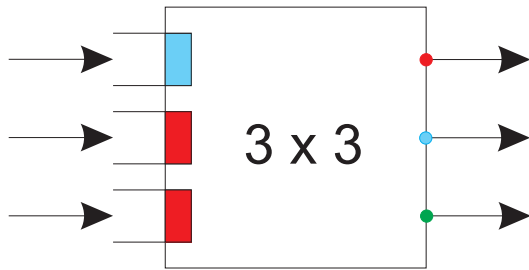
- HOL-jonoja on  $N$  kappaletta (yksi kutakin lähtöä kohti).
- Raskaasti ylikuormitetussa tilanteessa mikään tulopuskuri ei ole tyhjä, joten  $N$  HOL-jonoa yhdessä aina täyttävät kaikki  $N$  HOL-paikkaa. Tästä seuraa, että

Kunkin HOL-jonon keskipituus on 1

- Tästä ehdosta voidaan ratkaista läpäisy  $p$

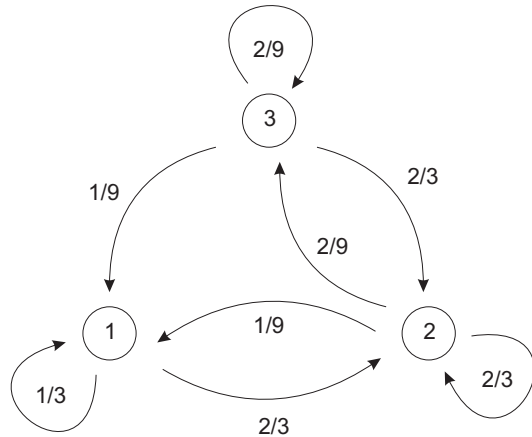
$$\begin{aligned} p + \frac{1}{2} \frac{p^2}{1-p} = 1 &\Rightarrow \frac{1}{2} p^2 = (1-p)^2 \\ &\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} p = 1-p \\ &\Rightarrow p = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \underline{2 - \sqrt{2}} \approx \underline{0.586} \end{aligned}$$

## Äärellisen kytkimen HOL-eston laskenta: 3x3-kytkin



- Määritellään HOL-asemassa olevien solujen tilat ('väri' tarkoittaa kohdeporttia):
  1. kaikki solut samanvärisiä
  2. solut kahta eri väriä
  3. solut kolmea eri väriä (kaikki erivärisiä)
- Tilassa 1 vain yksi HOL-solu voidaan lähettää; se korvautuu toisella solulla, joka on muiden kanssa samaa väriä tn:llä  $1/3$  ja eri värinen tn:llä  $2/3$ .
- Tilassa 2 lähetetään kaksi solua; ne korvautuvat kahdella uudella, jotka ovat samaa väriä jäljellejääneen kanssa tn:llä  $1/9$ , kaikki eri värisiä tn:llä  $2/9$  ja muutoin, tn:llä  $6/9$ , täytön jälkeen HOL-asemassa olevat solut ovat jälleen kahta eri väriä.
- Tilassa 3 lähetetään kaikki kolme solua ja ne korvautuvat kolmella uudella; nämä ovat samanvärisiä tn:llä  $1/9$ , kaikki erivärisiä tn:llä  $2/9$  ja tn:llä  $6/9$  kahta eri väriä.

### 3x3-kytkimen läpäisy (jatkoa)



- HOL-solujen tila muodostaa Markovin ketjun, jonka tilakaavio on kuvan mukainen.
- Tilasiirtymätodennäköisyyksien matriisi on

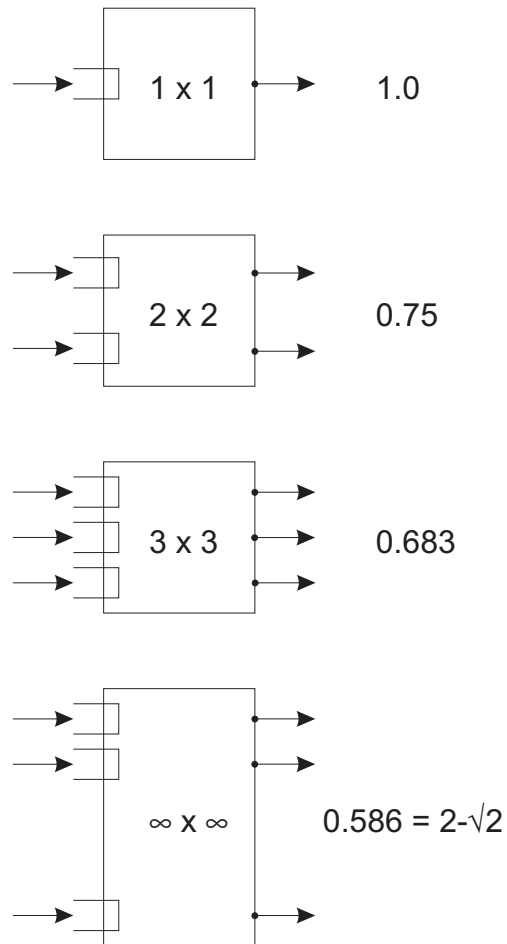
$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{3}{9} & \frac{6}{9} & 0 \\ \frac{1}{9} & \frac{6}{9} & \frac{2}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{6}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix}$$

- Tasapainotodennäköisyysvekttori  $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$  voidaan ratkaista Markovin ketjun tasapainoyhtälöstä  $\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi}\mathbf{P}$  eli

$$\begin{cases} 9\pi_1 = 3\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \\ 9\pi_2 = 6\pi_1 + 6\pi_2 + 6\pi_3 \\ 9\pi_3 = 0 + 2\pi_2 + 2\pi_3 \end{cases}$$

- Normitettu ratkaisu on  $\boldsymbol{\pi} = (\frac{3}{21}, \frac{14}{21}, \frac{4}{21})$ .
- Läpäisy lähtöä kohden on  $p = \frac{1}{3}(\pi_1 \cdot 1 + \pi_2 \cdot 2 + \pi_3 \cdot 3) = \frac{43}{63} \approx 0.683$ .

## HOL-eston rajoittama läpäisy eri kokoisilla kytkimillä



- HOL = Head of Line, jonon ensimmäinen solu
- Samaan lähtöporttiin pyrkivistä HOL-soluista vain yksi lähetetään, muut jäävät odottamaan
- Diskreettiaikainen (slotted time) järjestelmä
- Aikaväli = solun lähetys-/saapumisaika
- Kohdeosoittet jakautuneet tasan lähtöporttien kesken
- Rajaton tarjottu liikenne: tulopuskurit aina täynnä
- Läpäisy lähtöporttia kohden =  $tn$ . että lähtölinjan satunnaisesti valitussa aikavälissä lähtee solu

