



S-38.211 Signaalinkäsittely tietoliikenteessä I
Signal Processing in Communications (2 ov)

Syksy 1998
5. Luento: Kanavakorjaimet II

prof. Timo Laakso
Vastaanotto torstaisin klo 10-11
Huone G210, puh. 451 2473
Sähköposti: timo.laakso@hut.fi

Yleistetyt kanavakorjaimet (LM 10.2)



- ◆ Viimeksi käsiteltiin nollaanpakottavaa (ZF) korjainratkaisua olettaen valkaistu sovitettu suodatin (WMF) -esiaste. Seuraavassa tarkastellaan yleisempiä ratkaisuja jotka ovat lähempänä käytännön toteutusta:
- ◆ *Luovutaan kiinteästä WMF-esiasteesta.* Käytännössä WMF on hankala toteuttaa, koska se vaatii tarkan tiedon kanavasta.
- ◆ *Muutetaan optimaalisuuskriteeriä.* ISI:n ehdottoman nollaanpakotuksen sijasta sallitaan hieman ISIä jotta ZF-korjaimen pulmallista kohinavahvistusta voidaan pienentää. Sopiva käytännön kriteeri on *keskimääräinen kokonaisneliövirhe* (Mean Square Error, MSE) joka sisältää kohinan ja ISI:n yhteisvaikutuksen.

...Yleistetyt kanavakorjaimet

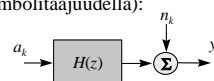


- ◆ Tarkastellaan *rajatun kompleksisuuden korjaimia*. Edellä tarkasteltiin vain yleisiä siirtofunktioita rajoittamatta niiden astelukua.
- ◆ Käytännössä korjaimet ovat yleensä *rajallisen pituisia FIR-suotimia*, koska niiden kertoimien adaptiivinen määrittäminen on helpointa käytännön järjestelmissä.

Järjestelmämalli (LM 10.2.1)



- ◆ Tarkastellaan **Kuvan 10-11** diskreettiä mallia (näytteytys symbolitaajuudella):



- ◆ jossa $H(z)$ on yhdistetty lähetyspulssin ja kanavavasteen siirtofunktio. Symbolisekvenssi ja kohinasekvenssi oletetaan kompleksiarvoisiksi stokastisiksi prosesseiksi joilla on seuraavat tehosppektrit:

$$S_a = A_a^2 G_a G_a^*$$

$$S_n = A_n^2 G_n G_n^*$$

ja G_a, G_n ovat minimivaiheisia kausaalisia moonisia tekijöitä.

...Järjestelmämalli



- ◆ Kanavan (+ lähettimen pulssinmuokkauksen) siirtofunktio oletetaan jaettavaksi seuraaviin tekijöihin:

$$H(z) = H_0 z^r H_{\min} H_{\max} H_{\text{zero}}$$

- ◆ missä H_0 on vakiokerroin, z^r on viivetermi, H_{\min} on mooninen, kausaalinen ja minimivaiheinen, H_{\max} on mooninen, antikausaalinen ja maksimivaiheinen, ja H_{zero} sisältää yksikköympyrällä sijaitsevat nollat.

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 5

Käytännön kanavan ominaisuuksia



- ◆ Käytännön kanavalla on tiettyjä fysikaalisia rajoituksia maksimivaiheisen tekijän H_{\max} suhteen:
- ◆ H_{\max} ei voi sisältää napoja, sillä muuten impulssivaste jatkuisi äärettömiin 'vasemmalle'
- ◆ H_{\max} voi sisältää nolliä, eli H_{\max} on aina FIR-tyyppinen.

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 6

3

Esimerkki 10-12: Radiokanavan siirtofunktio



- ◆ Mobiiliradiokanavalle käytetään yleensä FIR-tyyppistä monitiekanavamallia jossa monitiepolkujen viiveet ja kompleksiset amplitudit muuttuvat (häipyvät) ajan mukana.
- ◆ Oletetaan että 2-polkuisen kanavan että monitiepolkujen viiveero on mT ($T =$ näyteväli). Kanavan impulssivasteeksi ja siirtofunktioksi saadaan

$$c_k = c_1 \delta_k + c_2 \delta_{k-m}$$

$$C(z) = c_1 + c_2 z^{-m}$$

- ◆ Kanavan nollat voidaan ratkaista kaavasta

$$z^m = -\frac{c_2}{c_1}$$

eli jos $|c_2| > |c_1|$, kanava on *maksimivaiheinen*.

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 7

...Radiokanavan siirtofunktio



- ◆ Koska monitiepolkujen amplitudit yleensä häipyvät riippumatta toisistaan, maksimivaiheinen tilanne on täysin mahdollinen, varsinkin jos suoraan lähettimestä saapuvaa komponenttia (line-of-sight, LOS) ei näköesteen vuoksi ole.
- ◆ Korjaimen kannalta *maksimivaiheinen kanava on ongelma*. Koska ideaalinen ZF-korjain on kanavan käänteissiirtofunktio, se sisältää napoja yksikköympyrän ulkopuolella ja on siis epästabiili. Käytännössä tällaista korjainta voidaan vain *approximoida* stabiililla ratkaisulla.
- ◆ Tilanteen tekee vielä hankalammaksi se, että kanava saattaa muuttua edestakaisin minimivaiheisen ja maksimivaiheisen välillä. Tällöin FIR-tyyppinen (ei-rekursiivinen) korjain on yleensä ainoa hallittavissa oleva käytännön toteutusratkaisu.

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 8

4

Neliövirhe



- Määritellään keskimääräinen neliövirhe (Mean square error, MSE) vastaanottimen symboliestimaatin q_k ja lähetetyn symbolin a_k arvon neliön odotusarvona:

$$\varepsilon^2 = E[|e_k|^2], \quad e_k = q_k - a_k$$

- MSE sisältää yleisesti siis *sekä kohinaa että ISIä*. Tämä tarkoittaa että virhetodennäköisyyttä ei voida määrittää tarkasti Q -funktion avulla kuten pelkän kohinan tapauksessa. Approksimaatio voidaan kuitenkin saada määrittelemällä tunnusluku

$$\gamma = \frac{a_{\min}^2}{\varepsilon^2 / 2}$$

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 9

...Neliövirhe



- (puolikas tulee siitä että tarvitaan reaali- tai imaginaariosan varianssi). Virhetn-estimaatti saadaan, kuten aiemmin, kaavasta

$$P_e = K \cdot Q(\sqrt{\gamma} / 2)$$

- Tämä virhetn-estimaatti perustuu siihen, että residuaali-ISIä mallitetaan additiivisena Gaussin kohinana (vaikka se on *datariippuva epälineaarinen häiriö*). Kun ISI:n teho verrattuna kohinaan on pieni ja se muodostuu usean symbolin keskinäisvaikutuksen summana, approksimaatio on yleensä riittävän hyvä.

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

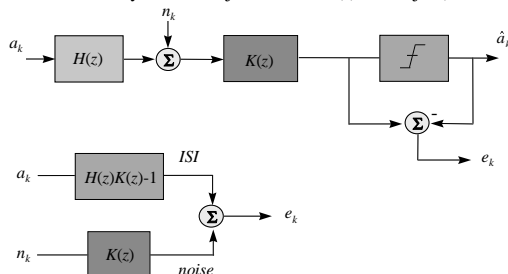
Sivu 10

5

Lineaarinen MSE-korjain (LM 10.2.2)



- Tarkastellaan **Kuvan 10-12** korjainrakennetta ($H(z)=H_{TC}(z)$ sisältää lähetysuutimen ja kanavan, $K(z)$ on korjain)



13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 11

Lineaarinen MSE-korjain



- Virheen e_k *tehospektri* koostuu yleisesti residuaali-ISIstä ja korjaimen $K(z)$ suodattamasta kohinasta:

$$S_e(e^{j\omega}) = S_n(e^{j\omega}) |H(e^{j\omega})K(e^{j\omega}) - 1|^2 + S_n(e^{j\omega}) |K(e^{j\omega})|^2 \quad \text{eli}$$

$$S_e = S_n |HK - 1|^2 + S_n |K|^2$$

- ja MSE saadaan integroimalla tehospektri

$$\varepsilon^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} S_e(e^{j\omega}) d\omega = \langle S_e \rangle_A$$

- Ennen MMSE-ratkaisun johtamista kerrataan vielä ZF-ratkaisu ja sen ominaisuudet.

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 12

6

LE-ZF-korjain



- ◆ Nollaanpakottava korjain on yksinkertaisesti *kanavan käänteissiirtofunktio*:

$$K(z) = \frac{1}{H(z)} = \frac{1}{H_0 H_{\min} H_{\max} H_{\text{zero}}} \quad (10.60)$$

- ◆ Ominaisuuksia:

- $K(z)$ riippuu vain kanavasta, ei datan tai kohinan ominaisuuksista
- MSE riippuu vain kohinasta, koska ISI on nolla
- Minimivaiheinen osuus kanavasta on helppo korjata käänteissuotimella $1/H_{\min}$
- maksimivaiheisuus ja nollat johtavat ideaalisti epästabiliin korjaintermiin $1/H_{\max}$ ja $1/H_{\text{zero}}$

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 13

...LE-ZF-korjain



- ◆ LE-ZF-korjaimen MSE on

$$\varepsilon_{LE-ZF}^2 = \left\langle \frac{S_n}{|H|^2} \right\rangle_A \quad (10.61)$$

joka kasvaa äärettömiin maksimivaihekanavan ja yksikköympyränollien tapauksessa.

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 14

LE-MSE-korjain



- ◆ Yleisen LE-korjaimen virhespektri on muotoa

$$S_e = S_n |HK - 1|^2 + S_n |K|^2 \quad (10.58)$$

- ◆ MSE:n minimoiva korjain voidaan johtaa tämän kaavan avulla. Merkitsemällä (ks. Kuva 10-11)

$$S_y = S_n |H|^2 + S_n \quad (10.65)$$

- ◆ voidaan (10.58) muokata muotoon

$$S_e = S_y \left| K - \frac{S_n H^*}{S_y} \right|^2 + \frac{S_n S_n}{S_y} \quad (10.66)$$

13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 15

...LE-MSE-korjain



- ◆ Koska molemmat termit ovat positiivisia, millä tahansa taajuudella optimaalinen ratkaisu on se joka nolaa ensimmäisen termin. Tämä on siten myös optimaalinen MMSE (Minimum MSE) -ratkaisu, eli LE-MSE-korjaimeksi saadaan

$$K(z) = \frac{S_n H^*}{S_y} = \frac{S_n H^*}{S_n |H|^2 + S_n} = \frac{1}{H + S_n / (S_n H^*)} \quad (10.67)$$

- ◆ Tämä voidaan tulkita nimittäjän lisätermillä *modifioiduksi LE-ZF-korjaimeksi* ($K = 1/H$).

13.10.1998

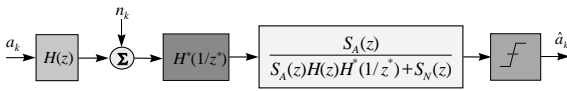
Teletekniikan laboratorio

Sivu 16

...LE-MSE-korjain



◆ LE-MSE:n toteutus on **Kuvan 10-13** mukainen:



13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 17

...LE-MSE-korjain



◆ Tekijä H^* vastaa diskreettiä sovitettua suodatinta ja se voidaan erottaa esiasteeksi. LE-MSE:n ominaispiirteitä on:

- Esiasteen jälkeinen lohko S_d/S_y on aina reaalinen ja ei-negatiivinen yksikköympyrällä
- Jos S_d/S_y :llä on napa, osa näistä on yksikköympyrän ulkopuolella mikä tekee tarkan toteutuksen mahdottomaksi
- Kun kohinaspektri S_n pienenee, LE-MSE lähestyy LE-ZF-ratkaisua (kohinan merkitys vähenee ja ISIn kasvaa)
- LE-MSE-korjaimen MSE on (vrt. (10.61)!):

$$\epsilon_{LE-MSE}^2 = \left\langle \frac{S_n}{|H|^2 + S_n / S_d} \right\rangle_A \quad (10.68)$$

13.10.1998

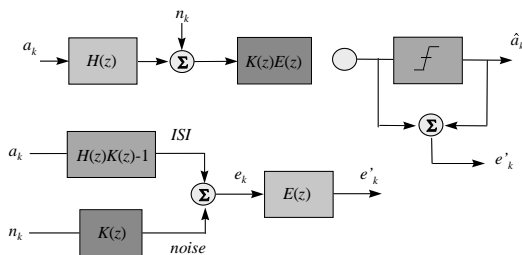
Teletekniikan laboratorio

Sivu 18

DFE-ZF-korjain



◆ DFE-ZF-korjain voidaan johtaa mm. prediktoritulkinan avulla (**Kuva 10-14**):



13.10.1998

Teletekniikan laboratorio

Sivu 19