TEKNILLINEN KORKEAKOULU
Tietoliikenne- ja tietoverkkotekniikan laitos
S-38.1145 Liikenneteorian perusteet, Kevät 2008

Laskuharjoitus 2
29.1.2008

1. Olkoot $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jono riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia, joille $X_i \sim \mathrm{Exp}(\mu)$. Jatkuvan satunnaismuuttujan T kertymäfunktio määritellään kaavalla
$$P\{T \leq t\} = P\{\min(X_1, \ldots, X_n) \leq t\}, \quad t \geq 0$$
   (a) Mikä (tunnettu) jatkuva jakauma on kyseessä?
   (b) Määrää jakauman odotusarvo $E[T]$ ja varianssi $D^2[T]$.

2. Olkoot $X_1, X_2, \ldots$ jono riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia, joille $X_i \sim \mathrm{Exp}(1)$. Diskreetin satunnaismuuttujan N kertymäfunktio määritellään kaavalla
$$P\{N \leq n\} = P\{\max(X_1, \ldots, X_{n+1}) > 1\}, \quad n = 0, 1, \ldots$$
   (a) Mikä (tunnettu) diskreetti jakauma on kyseessä?
   (b) Määrää jakauman odotusarvo $E[N]$ ja varianssi $D^2[N]$.

3. Olkoon X jatkuva ei-negatiivinen satunnaismuuttuja, jolla kertymäfunktio $F(x) = P\{X \leq x\}$. Olkoon lisäksi $c > 0$ vakio.
   (a) Johda satunnaismuuttujan $\min\{X, c\}$ odotusarvolle kaava
$$E[\min\{X, c\}] = \int_0^c (1 - F(x))\, dx.$$
   (b) Minkä esityksen saat tämän avulla satunnaismuuttujan X odotusarvolle $E[X]$?