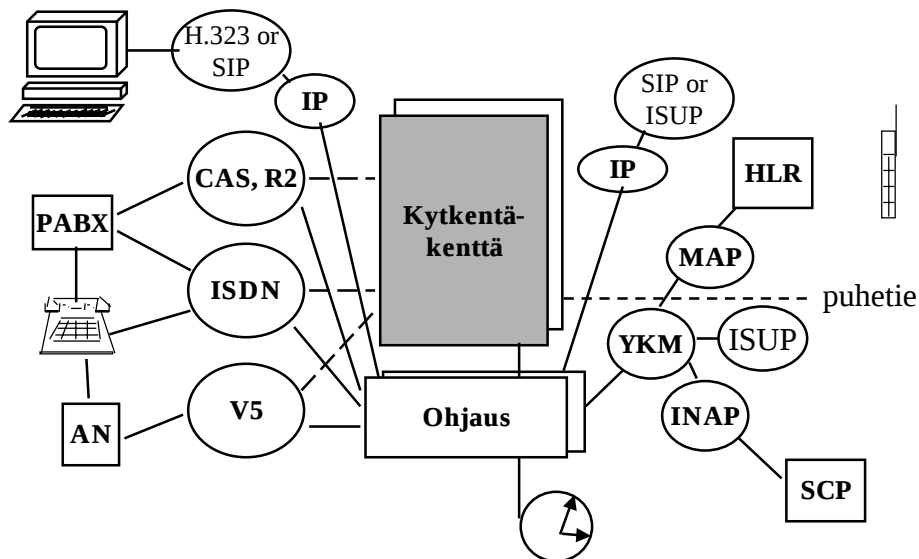
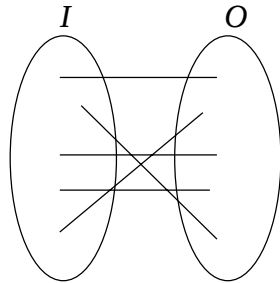


***KytKentäfunktioiden
monimutkaisuuden alaraja,
Copy-funktio ja multicast,
Itsereitittävyys***

Kurssin kuva välitysjärjestelmästä



Kytkentöjen kokonaismäärä kentässä

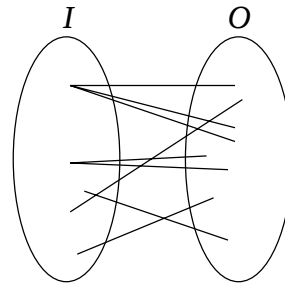


Yksi yhteen

$$C = \{(i,o) \mid i \in I, o \in O\}$$

$$(i,o) \in C \text{ ja } (i,o') \in C \Rightarrow o = o'$$

$$(i,o) \in C \text{ ja } (i',o) \in C \Rightarrow i = i'$$



Yksi moneen

$$C = \{(i,n_i) \mid i \in I, n_i \subset O\}$$

I - tulosten joukko, O - lähtöjen joukko

C - Kytkentöjen kuvaus

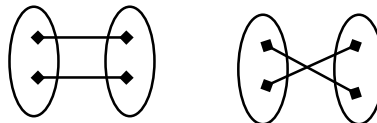
© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 3

Yksipistekytkentöjen määrä on $N!$ Visualisoidaan joukkoja C

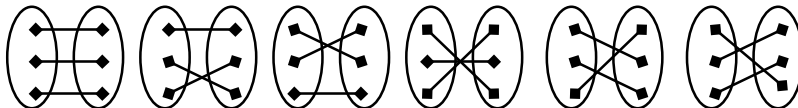
$N = 2$



$2! = 2$

$N = 3$

$3! = 6$



C :n muodostus: Numeroidaan tulot, laitetaan numerot mielivaltaiseen järjestykseen.

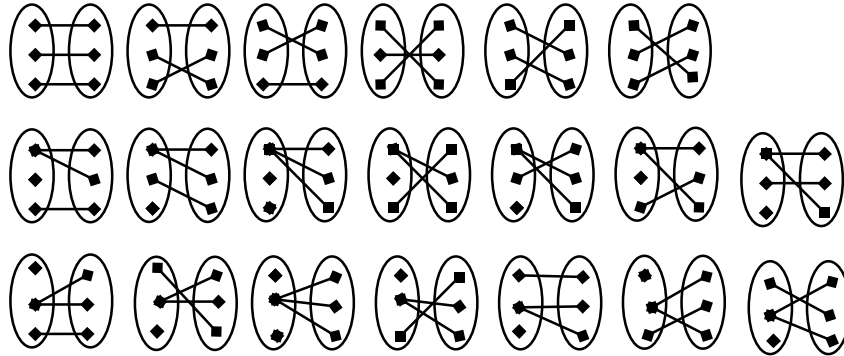
© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 4

Monipistekytcentöjen vaikutus?

Joukko C, kun $N = 3$



jne...

Joukossa C jokainen lähtö voi valita tulonsa --> C:ssä on N^N elementtiä
Joukko C on merkittävästi laajempi kuin edellä! Kuitenkin, multicast on nykyään kentän tavallinen vaatimus!

© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 5

Kentän kombinatorinen monimutkaisuus

$\zeta(G)$ - Graafin G toteuttamien legitiimien erilaisten
kytkentäkonfiguraatioiden C lukumäärän kaksi-
kantainen logaritmi.

R - kentän kytkinten lukumäärä.

2^R - kentän, jossa on R kytkintä, tilojen määrä.

Karkea yläraja:

$$\zeta \leq R$$

Tarkempia ylärajoja saadaan:

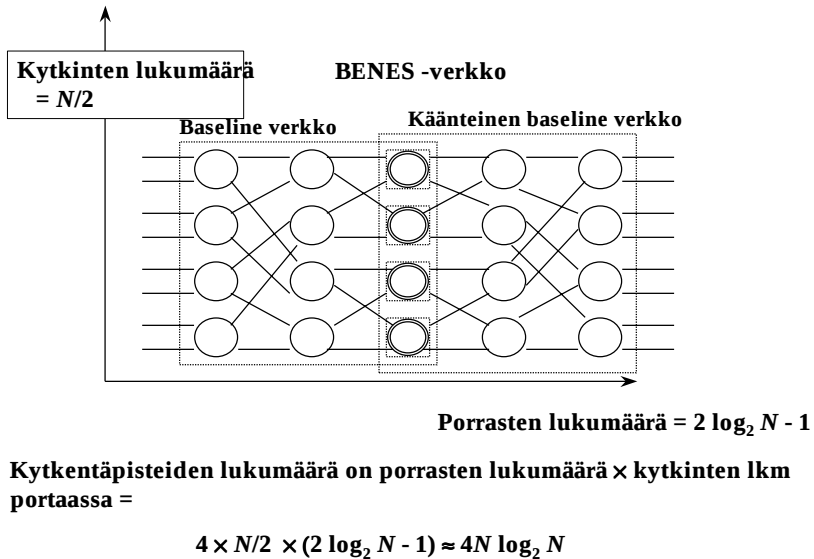
- poistetaan ei legitiimit tilat esim. joissa kaksi kytkintä on liittynyt samaan lähtöön
- joissa kaksi kentän tilaa tuottaa saman C.

© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 6

Benes -verkon kasvu



© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 7

Kompleksisuuden alaraja lasketaan kentän funktion avulla

- ✓ Oletetaan että kytkentäkenttä on $N \times N$ ja sen rakenne on uudelleen järjestettävästi estoton.
 - ✓ Lukumäärä(C) = $N!$
 - ✓ $\zeta = \log_2(N!) \sim N \log_2(N) - 1,44N + \frac{1}{2} \log_2(N)$
 - ✓ Benes -verkon 2×2 kytkinten määrä on
- $$(N/2)(2 \log_2 N - 1) = N \log_2(N) - \frac{1}{2}N \sim \zeta$$
- eli likimain minimimäärä kytkimiä $N!$ tilan toteuttamiseksi.

© Rka/ML -k2002

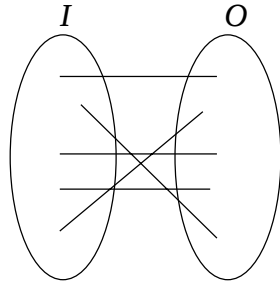
Tiedonvälitystekniikka

8 - 8

Kyt Kentäfunctiot luonnehtivat kentän tavoitetta

C - Kyt Kentöjen kuvaus

Pt-to-pt kyt Kentäfunctio



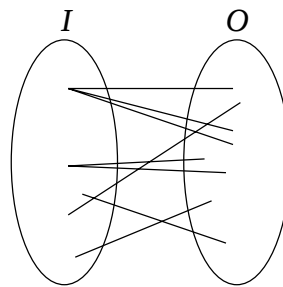
Yksi yhteen

$$C = \{(i,o) \mid i \in I, o \in O\}$$

$$(i,o) \in C \text{ ja } (i,o') \in C \Rightarrow o = o'$$

$$(i,o) \in C \text{ ja } (i',o) \in C \Rightarrow i = i'$$

Multicastfunctio



Yksi moneen

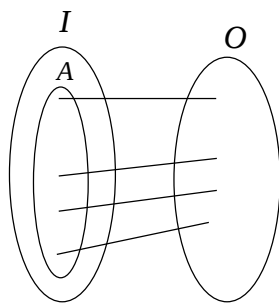
Tavoite: Selvittää kyt Kentöjen kokonaismääräkentässä ja kentän vähimmäismonimutkaisuus.

© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 9

Keskiinfunctio

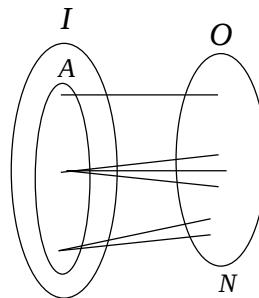


$$C = \{(i,o) \mid i \in A \subset I, o \in O\}$$

$$(i,o) \in C \text{ ja } (i,o') \in C \Rightarrow o = o'$$

$$(i,o) \in C \text{ ja } (i',o) \in C \Rightarrow i = i'$$

Copy-functio



$$C = \{(i,n_i) \mid i \in I, \Sigma n_i = N\}$$

Lähtöjen n_i järjestyksellä ja identiteetillä ei väliä (output unspecific).

Huom: Copy-functio $\neq$ multicast!!!

Copy functio on kiinnostava, koska meillä on jo uudelleen järjestettävästi estoton kenttä

© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 10

Voidaan tarkastella eri funktioiden toteuttamien kytkentäkonfiguraatioiden C määrää ζ

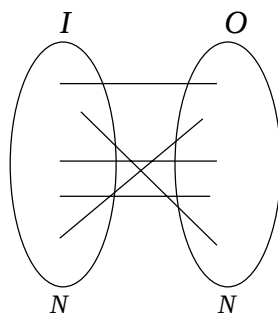
$\zeta_{\text{pt-pt-kytkinfunktio}}$ Määritelmän mukaan sanomme, että graafi G on uudelleen järjestettävästi estoton, jos se toteuttaa kaikki kytkentäkonfiguraatiot C .

$\zeta_{\text{keskitinfunktio}}$ Siis $\zeta_f \leq \zeta(G)$

Siis tarkastelemalla eri funktioiden kytkentäkonfiguraatioiden lukumäärää saamme selville uudelleen järjestettävän kentän monimutkaisuuden alarajan.

Pt-pt-kytkentäfunktion monimutkaisuuden alaraja

Pt-pt-kytkentäfunktion



Yksi yhteen
Kaikki i kytketty tasan
yhteen o .

Haluamme siis toteuttaa
 $N!$ erilaista C .

Käytetään Sterlingin likiarvoa:

$$N! \approx \sqrt{2\pi} N^{N+1/2} e^{-N}$$

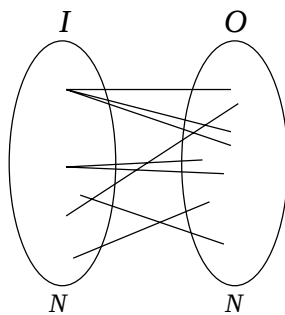
$$= \sqrt{2\pi} \exp_2(N \log_2 N - N \log_2 e + 1/2 \log_2 N)$$

$$\zeta_{\text{pt-pt}} = \log_2 N! \approx N \log_2 N - 1.44N + 1/2 \log_2 N$$

HUOM: Benes verkon kytkinten määrä oli $N \log_2 N - N/2$, joka on hyvin lähellä alarajaa $\zeta_{\text{pt-pt}}$.

Multicastfunktion monimutkaisuuden alaraja

Multicastfunktio



$$C = \{(o, i) \mid i \in I, o \in O\}$$

Jokainen $o \in O$ on kytketty johonkin $i \in I$.

Jokainen o voi siis valita minkä tahansa i .

Siis me haluamme toteuttaa

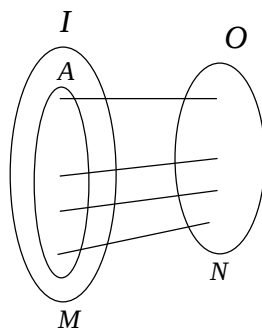
$N^N = \exp_2(N \log_2 N)$ kytkentäkonfiguraatiota C .

$$\zeta_{\text{mtcast}} - \zeta_{\text{pt-pt}} \approx 1.44 N$$

Kenttää, joka toteuttaisi multicastin ja olisi monimutkaisuudeltaan alarajan tuntumassa ei tunneta. Tiedetään, että Benes verkko toteuttaa multicastin, jos kytkinten määrä kaksinkertaistetaan p -to- p t kytkentäkenttään verrattuna.

Keskitinfunktion monimutkaisuuden alaraja

Keskitinfunktio



$$C = \{i \mid i \in A, i \text{ lukumäärä} = N (< M)\}$$

Joukkoja C on $\binom{M}{N}$ kappaletta

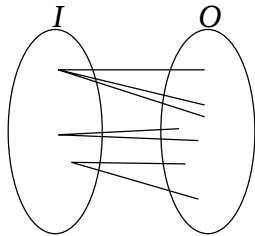
$$\zeta_{\text{keskitin}} = \log_2 \frac{M!}{N! (M-N)!}$$

$$\zeta_{\text{keskitin}} = M H(c) \quad c = N/M$$

$$H(c) = -c \log_2 c - (1 - c) \log_2 (1 - c)$$

Eli keskitimen teoreettinen monimutkaisuus on verrannollinen tulojen määrään. Käytännön ratkaisuja ei kuitenkaan tunneta ja tarvitaan tiukasti estottomia keskittimiä $\Rightarrow$ käytetään $M \log M$ kenttiä.

Kuvausten lukumäärä Copy-kentässä



M tuloa

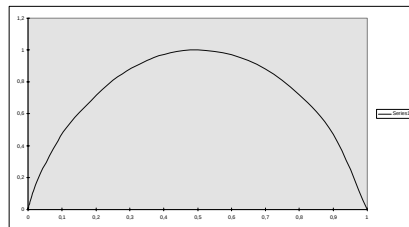
N lähtöä

$$C = \{(i, n_i) \mid i \in I, \sum n_i = N\}$$

Erilaisten C lukumäärä on

$$\binom{M-1+N}{M-1}$$

Kuinka monella tavalla
 N oliota voidaan laittaa
 M koriin.



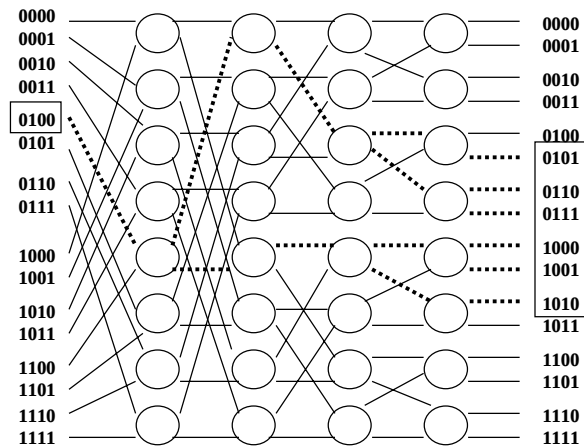
$$\zeta \geq (M-1+N) H\left(\frac{M-1}{M-1+N}\right)$$

$$H(c) = -c \log_2 c - (1-c) \log_2 (1-c)$$

Kopioiden muodostus binääriverkolla

- ✓ Kopiointi toteutetaan verkkoa edeltävällä levityspuulla, jonka jälkeen on 'järjestelijä'.
- ✓ Kopioinnissa tarvitaan tieto tulojohdosta ja kopioiden lukumäärästä.
- ✓ Kopioinnissa verrataan kopiovälin binääriarvoja ja suoritetaan kopiointi- / reitityspäätös arvojen perusteella.

Banyan-pohjainen levityspuu

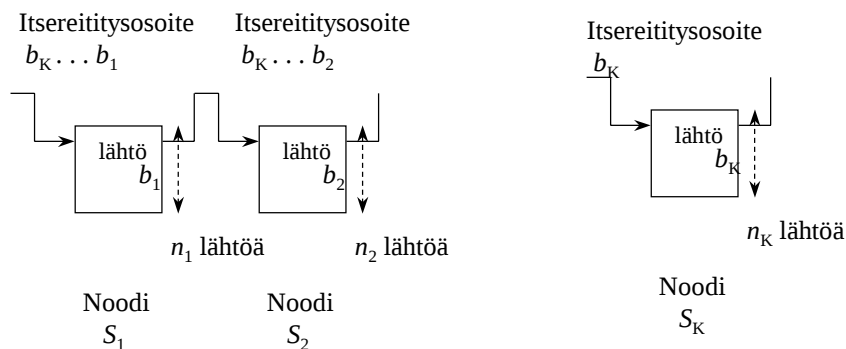


Multicast kentän voi rakentaa rekursiivisesti esim. Copykenttä + pt-to-pt kenttä

- ✓ Tämä johtaa kuitenkin portaiden lukumäärän kasvuun, mikä voi olla epätoivottavaa.
- ✓ Moniportaisille kentille on ominaista polun haun/kontrollin monimutkaisuus.
- ✓ Tätä ongelmaa yritetään ratkaista mm. itsereitittävyydellä.

Itsereitittävyys perustuu osoitteeseen, joka kertoo polun kentän läpi

Itsereitittävyys on pakettikytkentäkentän mahdollinen ominaisuus. Paketilla on otsikko, jota käytetään polun löytämiseksi kentän läpi. Polkuja tulolta lähdölle on yksi (tai useampi).



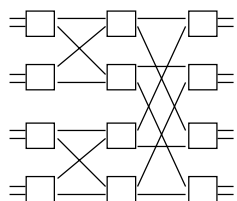
© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

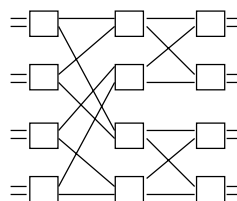
8 - 19

Yhden polun perusverkot ovat Baseline verkon muunnelmia

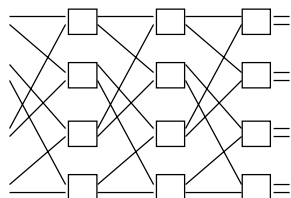
Banyan verkko



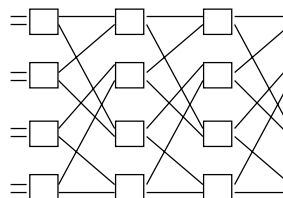
Baseline verkko



Shuffle exchange (omega) verkko



Flip verkko

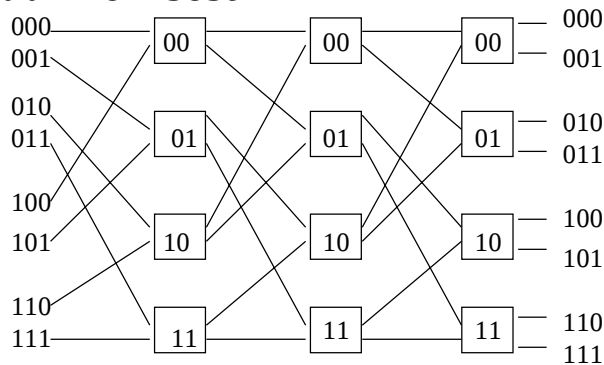


© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 20

Itse-reitittävä shuffleverkko numeroidaan säännöllisesti

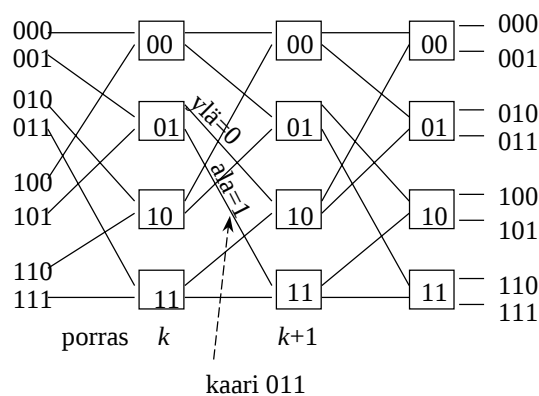


$N = 2^n$ tuloa ja 2^n lähtöä. Benesrakenne $\Rightarrow$ Portaita on n kpl ja kytkimiä $N/2 = 2^{n-1}$ kussakin portaassa.

Portaan kytkimet numeroidaan ylhäältä alas $0 \dots 2^{n-1} - 1$. Portaiden numerointiin tarvitaan $n - 1$ bittiä.

Portaita yhdistävät kaaret numeroidaan ylhäältä alas n bitillä.

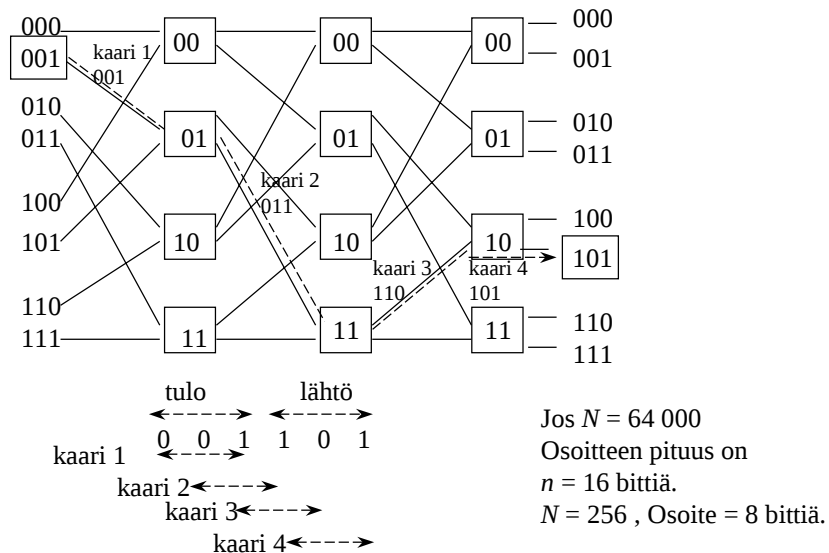
Itse-reitittävässä shuffleverkossa lähdön numero toimii reititysosoitteena



Portaan k solmun nro = kaaren nro - oikean puoleisin bitti

Portaan $k + 1$ solmun nro = kaaren nro - vasemman puoleisin bitti

Itse-reititys esimerkki



© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 23

Ratkaisun rajoitukset

- ✓ Osoite/näyte periaatteesta seuraa, että ei ole tehokas ratkaisu pienellä näytepituudella!
- ✓ **Banyan verkko on estollinen.**
- ✓ Se toteuttaa $\exp_2(1/2N \log_2 N) = (N^N)^{1/2}$ kytkentäkonfiguraatiota.
- ✓ Tämä on vähemmän kuin vaadittu $N! \approx \exp_2(N \log_2 N)$.
- =>
- ✓ Noodien välisten kaarien määrää voidaan nostaa, tai
- ✓ Shufflea voidaan monistaa Cantor verkon tapaan, tai
- ✓ Kaksi shufflea voidaan laittaa peräkkäin (vrt BENES verkko).
- ✓ Myös puskurointia väliportaissa voidaan käyttää.
- ✓ Yksinkertaiset matriisiverkot aina kun mahdollista.

© Rka/ML -k2002

Tiedonvälitystekniikka

8 - 24

Laajakaistaisissa (Terabit-) IP reitittimissä on itsereitittävä kenttä

- ✓ Linjanopeudet voivat olla kymmeniä Gbit/s. Käsittely elektroniikalla edellyttää jakamista useaan tuloon. Tulojen kokonaismäärä/reititin voi olla satoja ... tuhansia.
- ✓ Kaikilta kaikille tuloille pääsy edellyttää kytkentäkenttää.
 - Kenttä tarvitaan, kun kokonaisbittinopeus nousee niin suureksi, että minkään väylän nopeus ei enää riitä tai kun halutaan rakentaa skaalautuva reititin.
- ✓ Itsereitittävä kenttä on ainoa hyvin toimiva ratkaisu, koska kytkennät muuttuvat IP-pakettikohtaisesti.