Eeva Nyberg
eeva@keskus.hut.fi

Mallivastaukset Tehtävät 1 - 3 olivat demolaskuja. Tehtävät 4 - 6 olivat kotilaskuja.

1. Demolasku

   a) Montako dBm on 2 mW?
   Yksikkö dBm on milliwatteina ilmaistun tehon suhde yhteen milliwattiin eli
   $$10 \log \frac{2 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 3 \text{ dBm}.$$

   b) Montako W on -5 dBW?
   Vastaavasti dBW on watteina ilmaistun tehon suhde yhteen wattiin.
   $$\begin{aligned} -5 \text{ dB} &= 10 \log (x/1) \\ &= 10(\log x - \log 1) \\ &= 10 \log x \\ \rightarrow & \\ x &= 10^{-0.5} \\ &= 0.32 \text{ W} \end{aligned}$$

   c) Jos sisääntuleva signaali P_{in} on 100 mW ja ulostuleva signaali P_{out} on 1 W, niin mikä on signaalien dB ero?
   $$10 \log \frac{P_{\text{in}}}{P_{\text{out}}} = 10 \log \frac{100 \text{ mW}}{1 \text{ W}} = 10 \log 0.1 = -10 \text{ dB}$$

   d) 40 km pituiseen kaapeliin on asennettu puoleenväliin 15 dB vahvistin. Kaapelin vaimennus on 0.5 dB/km. Jos ulostuleva signaali on 125 mW, niin mikä on kaapeliin syötetyn signaalin teho?

   Vaimennus on 0.5 dB/km $\cdot$ 40 km = 20 dB. Vahvistus on 15 dB. Ulostuleva signaali on desibeleinä
   $$P_{\text{out}}(\text{dB}) = 10 \log (0.125 \text{ W}) = -9.03 \text{ dB}.$$
   Sisääntuleva signaali saadaan relaatiosta
   $$P_{\text{out}}(\text{dB}) = P_{\text{in}}(\text{dB}) + \text{vahvistus} - \text{vaimennus},$$
   $$P_{\text{in}}(\text{dB}) = -9.03 \text{ dB} - 15 \text{ dB} + 20 \text{ dB} = -4.03 \text{ dB}.$$
   Watteina sisääntuleva signaali on $P_{\text{in}}(\text{W}) = 10^{P_{\text{in}}(\text{dB})/10}$ W $= 10^{-4.03/10}$ W $=$ 0.395 W .

e) Myös signaali-kohinasuhde ilmoitetaan desibeleinä. Jos $S/N = 60$ dB, ja signaalin teho on 15 W, niin mikä on kohinan teho?

$$\begin{aligned} 60 \text{ dB} &= 10 \log \frac{S(\text{W})}{N(\text{W})} \\ &\rightarrow \\ N(\text{W}) &= \frac{S(\text{W})}{10^6} \\ N(\text{W}) &= 15 \cdot 10^{-6} \text{ W} \end{aligned}$$

2. Demolasku

a) Mikä on puhekanavan kapasiteetti, jos kaistanleveys on 3400 Hz ja signaali-kohinasuhde (S/N) on 30 dB?
Shannon-Hartleyn lain mukaan tiedonsiirtokanavan maksimikapasiteetti on

$$C = W \log_2 (1 + \frac{S}{N}).$$

Muutetaan signaali-kohina-suhde desibeleistä sopivampaan muotoon (wattien suhteeksi):

$$30\text{dB} = 10^{\frac{30}{10}} = 1000.$$

Tällöin maksimikapasiteetti on

$$C = 3400 \log_2 (1 + 1000) \text{ bit/s} = 33.9 \text{ bit/s}.$$

b) Kuinka suuri saa normaalin puhelinyhteyden signaali-kohinasuhde korkeintaan olla, jotta 28,8 kbit/s -modeemia voitaisiin käyttää täydellä kapasiteetilla?
Tavallisen puhekanavan kaista on yllä mainittu 3400 Hz. Tällöin signaali-kohina-suhteeksi saadaan Shannonin-Hartleyn lain perusteella

$$\frac{S}{N} = 2^{\frac{C}{W}} - 1 = 2^{\frac{28800}{3400}} - 1 = 354 = 25.5 \text{ dB}$$

3. Demolasku (Sepon vanha tenttitehtävä) Kalle on päässyt X-oy:n laboratorioon kesätöihin. Sieltä hän löytää kaksi laitetta, joiden kummankin kyljessä lukee 'Constant Power Reference Supply'. Toisessa on lisäksi merkintä +3dBm ja toisessa -3dBm. Kalle yhdistää nämä teholähteet

yhteen ja rinnakkain tehomittarin kanssa. Mitä tehomittarin viisari osoittaa? (Yksinkertaisuuden vuoksi voit unohtaa mahdolliset vaihe-ero-ongelmat)

$$\begin{aligned} 3\ \text{dBm} &= 10 \log \frac{x}{1\ \text{mW}} \\ x &= 10^{0.3} \cdot 1\ \text{mW} = 2\ \text{mW} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3\ \text{dBm} &= 10 \log \frac{x}{1\ \text{mW}} \\ x &= 10^{-0.3} \cdot 1\ \text{mW} = 0.5\ \text{mW} \end{aligned}$$

$$2\ \text{mW} + 0.5\ \text{mW} = 2.5\ \text{mW}$$

Huom! Kotitehtävien mallivastaukset on tahallaan jätetty suppeiksi ja keskeneräisiksi.

4. Kotilasku

   a) 75 km kaapeliin syötetään teholtaan 150 mW oleva signaali ja ulos saadaan 105 mW oleva signaali, mikä on kaapelin vaimennus dB/km?

      Kokonaisvaimennus on

      $$10 \log \frac{P_{\text{in}}}{P_{\text{out}}} = 10 \log \frac{0.150 \text{ W}}{0.105 \text{ W}} = 1.55 \text{ dB}$$

      ja kilometriä kohti...

   b) Kohdan a) kaapelista pitäisi saada 140 mW signaali, jos siihen syötetään 150 mW signaali. Kuinka monta 0.32 dB vahvistinta täytyy asentaa, jos vaimennusteho on a) kohdassa laskemasi?

      Ulostulevan signaalin, sisääntulevan signaalin, vaimennuksen ja vahvistuksen välinen yhtälö on

      $$P_{\text{out}}(\text{dB}) = P_{\text{in}}(\text{dB}) + \text{vahvistus} - \text{vaimennus},$$

5. ja 6. Kotilasku

   a) Oppikirjan (painos 1997) "Understanding Telecommunications 1" sivulla 196 on seuraavanlainen lause:
   "When the attenuation (vaimennus) on the line makes it necessary to use amplifiers (vahvistimia), the signal-to-noise-ratio (S/N) will decrease, because the incoming noise is amplified just as much as the signal." Mitä tämä lause tarkalleen sanoo? Onko annettu syy S/N vaimenemiselle päätelty oikein? Vihje 1: Mistä kohina tulee? Vihje 2: Katso b) kohtaa.

      Jos vahvistin vahvisaa sekä signaalia että kohinaa yhtä paljon, huononeeko signaalikohina suhde?

   b)

      i. Jos signaalin S/N on 30 dB linjalla jossa ei ole vaimennusta, mitä se on 25 dB:n vahvistuksen jälken?

Vahvistin vahvistaa sekä signaalia, että kohinaa yhtä paljon.

$$10 \log \frac{S_{\text{out}}}{S_{\text{in}}} = 10 \log \frac{N_{\text{out}}}{N_{\text{in}}}$$

Eli miten käy suhteen?

ii. Jos sisääntuleva signaali on teholtaan 100 mW ja linjan generoima vakiokohina on aina 10mW, niin mikä mikä on S/N? Entä jos 50 km linjalla on vaimennusta 0.5 dB/km, mikä silloin on ulostulevan signaalin S/N a) ilman vahvistusta ja b) 20 dB:n vahvistuksen jälkeen? Oletamme, että linjan generoima kohina ikäänkuin lisätään ulostulevaan signaaliin.

Nyt

$$\begin{aligned} S/N &= 10 \log \frac{S_{\text{in}}}{N} \\ &= 10 \log \frac{0.1}{0.01} = 10 \text{ dB} \end{aligned}$$

Nyt ulostuleva signaali on vaimennuksen jälkeen teholtaan

$$\begin{aligned} S_{\text{out}} &= S_{\text{in}}(\text{dB}) - 0.5 \text{ dB/km} \cdot 50 \text{ km} \\ &= (-10 - 25) \text{ dB} = -35 \text{ dB} = 3.16 \cdot 10^{-4} \text{ W}. \end{aligned}$$

Kohina ei vaimene, koska se on linjan generoima riippumaton häiriötekijä. Signaali-kohina-suhde on siis ...
Ulostuleva signaali on vahvistuksen ja vaimennuksen jälkeen teholtaan

$$\begin{aligned} S_{\text{out}} &= S_{\text{in}}(\text{dB}) + 20 \text{ dB} - 0.5 \text{ dB/km} \cdot 50 \text{ km} \\ &= (-10 + 20 - 25) \text{ dB} = -15 \text{ dB} = 0.0316 \text{ W}. \end{aligned}$$

Kohina vahvistuu, koska vahvistin on linjalle asennettu erillinen laite. Vahvistettu kohina on ...
Signaali-kohina-suhde (vahvistuksen jälkeen) lasketaan samalla logiikalla kuin yllä.
Huomaa, että vahvistimia käytetään analogisen signaalin vahvistamiseksi. Digitaalinen signaali rekonstroidaan. Rekonstrointi pyrkii poistamaan kaikki häiriöt ja vaimennukset ja saamaan signaalin takaisin alkuperäiseen muotoon.