

Tehtävät 2, 3 ja 6 ovat kotitehtäviä. Palautus viimeistään ti 27.2. klo 10.00 kurssin laatikkoon (G-siipi, 2. kerros) tai laskareiden alussa ti 27.2. klo 10.15 assistentille.

1. *Demo*

Simuloi tapahtumapohjaisesti M/M/1-FIFO-jonon (parametrein  $\lambda = 1/2$  ja  $\mu = 1$ ) jononpituuden  $Q(t)$  kehitystä hetkestä 0 hetkeen  $T = 2000$  olettaen, että systeemi on alussa tyhjä,  $Q(0) = 0$ . Jononpituuteen  $Q(t)$  lasketaan kaikki hetkellä  $t$  systeemissä olevat asiakkaat, sekä odottavat että palvelussa oleva. Toteuta simulointi Matlabilla tai C:llä käyttäen satunnaislukujen generointiin sopivia kirjastofunktioita. Tee  $n = 100$  riippumattomia simulointiajoa (ts. käytä satunnaislukujen generoinnissa eri siemenlukua eri simulointiajoissa). Laske kussakin simulointiajossa keskimääräinen jononpituus  $X$  aikavälillä  $[T_0, T]$ , missä  $T_0 = 1000$ , kaavasta

$$X = \frac{1}{T - T_0} \int_{T_0}^T Q(t) dt.$$

Näin saat  $n$  havaintoa  $X_1, X_2, \dots, X_n$  kyseisestä suureesta.

- (a) Tulosta näistä havainnoista lasketut keskiarvot  $\bar{X}_m$ ,  $m = 10, 20, \dots, 100$ , missä siis

$$\bar{X}_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i.$$

- (b) Tulosta lisäksi näistä havainnoista lasketut otoshajonnat  $S_m$ ,  $m = 10, 20, \dots, 100$ , missä siis

$$S_m = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X}_m)^2}.$$

- (c) Laske ja tulosta lopuksi havaintojen keskiarvojen  $\bar{X}_m$ ,  $m = 10, 20, \dots, 100$ , luottamusvälit 95%:n luottamustasolla olettaen, että havainnot ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen normaalijakaumaa, jonka varianssi on kuitenkin tuntematon.

2. *Kotitehtävä*

Satunnaislukujen generointi.

- (a) Generoi 4 (pseudo)satunnaislukua jakaumasta  $U(0, 1)$  käyttäen luennoilla esitettyä MCG-algoritmia (Luentokalvo 11/25) parametrein  $m = 2^{31} - 1$ ,  $a = 16807$  ja  $Z_0 = 920107$ .
- (b) Generoi (a)-kohdan satunnaislukuja käyttämällä 4 satunnaislukua kustakin seuraavasta jakaumasta:  $U(1, 2)$ ,  $\text{Geom}(0.5)$ ,  $\text{Exp}(2)$ . Käytä luentokalvoissa esiteltyjä menetelmiä.

3. *Kotitehtävä*

Luottamusvälit.

- (a) Oletetaan, että simuloinnilla on saatu seuraavat riippumattomat havainnot  $X_i$  parametrilla  $\alpha$ : 2.47, 5.32, 3.63, 4.16, 2.40, 6.07. Laske 95% luottamusväli parametrille  $\alpha$  olettaen, että yksittäisen havainnon varianssi tunnetaan ( $D^2[X_i] = 2$ ).

- (b) Oletetaan, että olemme simuloineet yksinkertaista M/M/1 jonojärjestelmää ja mitanneet simuloinnista  $N$ :n peräkkäisen asiakkaan jonotusajan,  $W_n$  (siis  $W_n$  on  $n$ :nen asiakkaan jonotusaika). Voimme laskea helposti arvion keskimääräiselle odotusajalle,  $\bar{W} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N W_n$ , mutta voiko näytteiden  $W_n$  perusteella arvioida luottamusväliä ja jos ei niin miksei?

4. *Demo*

Tarkastellaan verkkoa, jossa on 4 solmua ja 10 linkkiä. Merkitään  $\mathcal{N}$ :llä solmujen joukkoa,  $\mathcal{N} = \{a, b, c, d\}$ , ja  $\mathcal{J}$ :llä linkkien joukkoa,  $\mathcal{J} = \{1, 2, \dots, 10\}$ . Linkkien ominaisuudet käyvät ilmi alla olevasta taulukosta ( $j$  = linkin indeksi,  $n_j$  = lähtösolmu,  $m_j$  = määränpääsolmu,  $c_j$  = kapasiteetti).

$j$	$n_j$	$m_j$	$c_j$
1	a	b	10
2	b	a	10
3	a	c	10
4	c	a	10
5	a	d	10
6	d	a	10
7	b	c	4
8	c	b	4
9	c	d	4
10	d	c	4

Piirrä verkon topologia. Montako OD-paria verkossa on? Montako polkua verkossa on? Montako lyhintä polkua verkossa on, kun linkeille valitaan yksikköpainot ( $w_j = 1$  kaikilla  $j$ )?

5. *Demo*

Jatketaan edellisen tehtävän verkon tarkastelua. Verkkoa kuormittaa alla olevan liikennematriisin  $\mathbf{T}$  mukainen liikenne,

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 0 & 2 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Muotoile tästä Luentokalvon 12/25 mukainen kuormantasausongelma ja esitä sen ratkaisu perusteluineen.  
 (b) Laske tämän optimaalisen reitityksen aiheuttamat linkkikuormat.

6. *Kotitehtävä*

Jatketaan vielä edellisten tehtävien verkon ja liikenteen tarkastelua. Oletetaan nyt, että reititykseen käytetään lyhimmän polun algoritmia yksikköpainoilla ( $w_j = 1$  kaikilla  $j$ ) yhdistettynä Luentokalvolla 12/17 esitettyyn ECMP-periaatteeseen.

- (a) Laske tämän lyhimmän polun reitityksen aiheuttamat linkkikuormat.  
 (b) Esitä tätä parempi reititys, joka on saatu linkkipainoja muuttamalla.