



## 3. Esimerkkejä

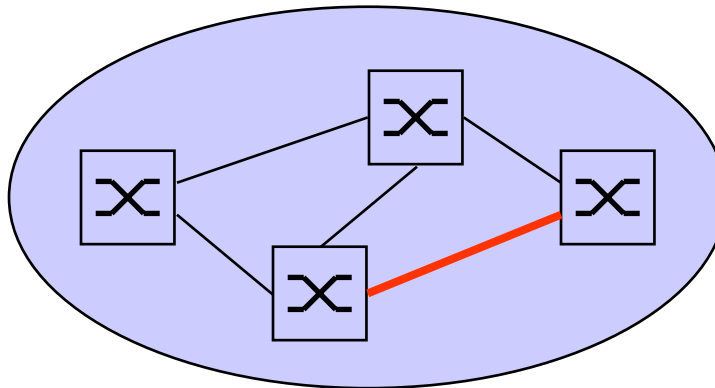
### 3. Esimerkkejä

## Sisältö

- Puhelinliikenteen malli
- Pakettitason malli dataliikenteelle
- Vuotason malli elastiselle dataliikenteelle
- Vuotason malli virtaavalle dataliikenteelle

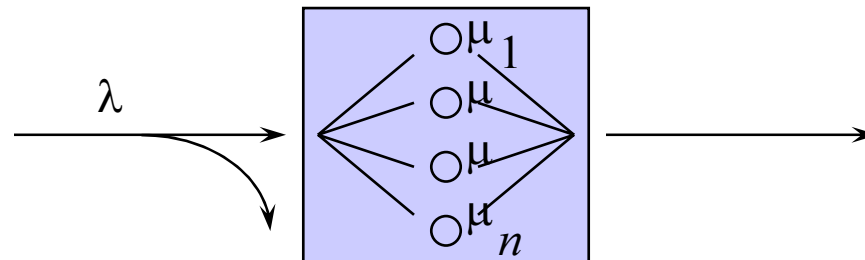
## Klassinen puhelinliikenteen malli (1)

- **Menetysjärjestelmiä** on perinteisesti käytetty puhelinliikenteen kuvaamiseen kutsutasolla
  - Uranuurtajana oli tanskalainen matemaatikko *A.K. Erlang* (1878-1929).
- Tarkastellaan kahden keskuksen välisellä linkillä kulkevaa puhelinliikennettä (klassinen liikenneteoreettinen ongelma)
  - Liikenne koostuu käynnissä olevista puheluista, jotka käyttävät ko. linkkiä



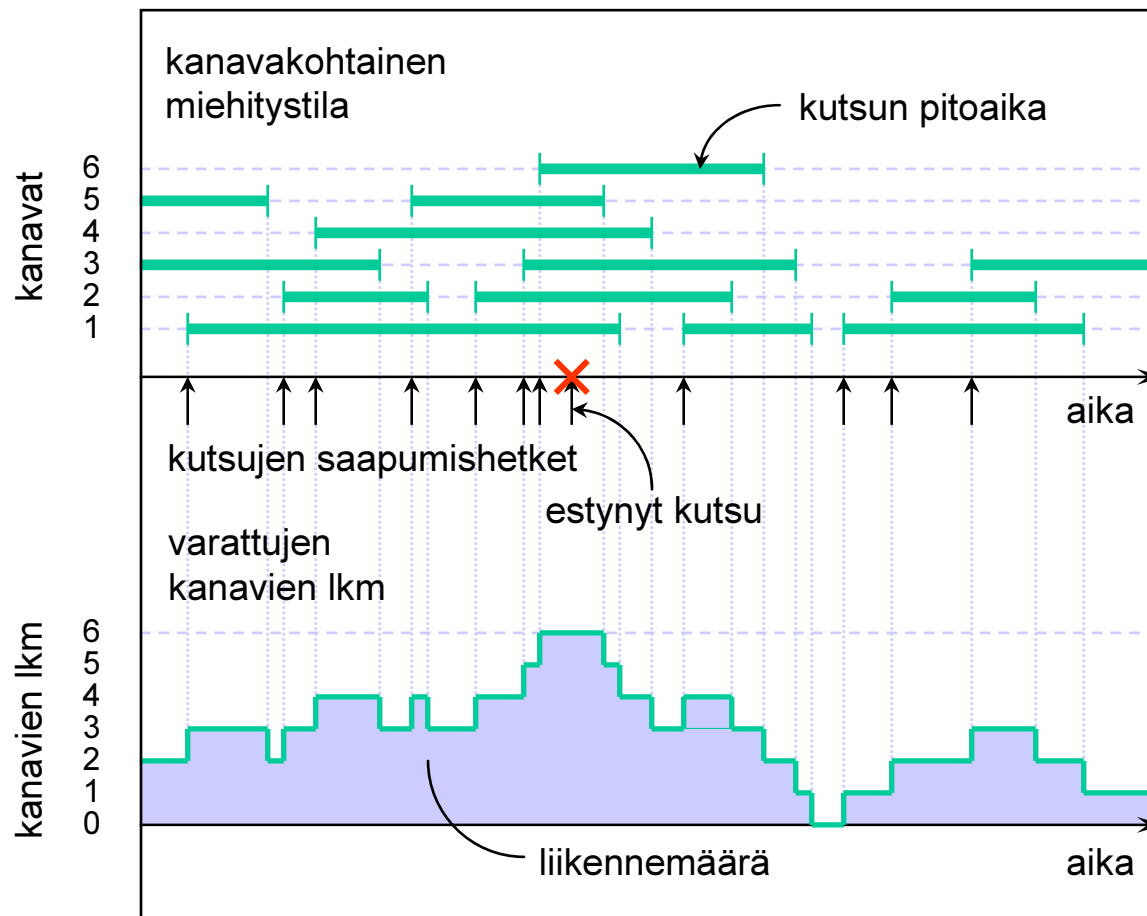
## Klassinen puhelinliikenteen malli (2)

- Erlang käytti mallina **puhdasta menetysjärjestelmää** ( $m = 0$ )
  - asiakas = kutsu = puhelu
    - $\lambda$  = uusien kutsujen saapumisintensiteetti (kutsua/aikayks.)
  - palveluaika = (kutsun) pitoaika
    - $h = 1/\mu$  = keskimääräinen pitoaika (aikayks.)
  - palvelija = yksittäinen linkin kanava
    - $n$  = linkillä olevien rinnakkaisten kanavien lkm



### 3. Esimerkkejä

## Liikenneprosessi



## Liikenneintensiteetti

- Tarjotun liikenteen voimakkuutta kuvaa liikenneintensiteetti  $a$
- **Määritelmä: Liikenneintensiteetti**  $a$  on saapumisintensiteetin  $\lambda$  ja keskimääräisen pitoajan  $h$  tulo:

$$a = \lambda h$$

- Liikenneintensiteetti on paljas luku, mutta asiayhteyden korostamiseksi sen “yksiköksi” usein merkitään **erlang (erl)**
- Littlen kaavan nojalla: liikenneintensiteetti kertoo keskimäärin käynnissä olevien kutsujen lkm:n vastaavassa äärettömässä systeemissä
- **Esimerkki:**
  - Uusia puheluita tulee tunnissa keskimäärin 1800 kpl ja puhelun keskimääräinen pitoaika on 3 min. Tällöin liikenneintensiteetiksi tulee

$$a = 1800 * 3 / 60 = 90 \text{ erlang}$$

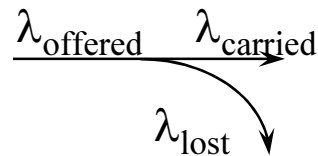
## Esto

- Menetysjärjestelmässä osa kutsuista menetetään:
  - Saapuva kutsu menetetään, jos kaikki kanavat on varattu (so. systeemi on täysi) ko. kutsun saapuessa
  - Termi **esto** (blocking) viittaa tähän tapahtumaan
- Menetysjärjestelmissä voidaan määritellä useita eri estosuureita:
  - **Kutsuesto**  $B_c = tn$ , että saapuva kutsu menetetään = niiden saapuvien kutsujen osuus, jotka menetetään
  - **Aikaesto**  $B_t = tn$ , että systeemi on täysi (mielivaltaisena ajanhetkenä) = se osuus ajasta, jolloin systeemi on täysi
- Nämä suureet eivät välttämättä ole samoja
  - Esimerkki: oma kännykkäsi
  - Mutta jos uudet kutsut saapuvat Poisson-prosessin mukaisesti, niin  $B_c = B_t$
- Kutsuesto kuvaa paremmin käyttäjien kokemaa palvelun laatua
- Aikaesto taas on suoraviivaisemmin laskettavissa oleva suure

### 3. Esimerkkejä

## Kutsuintensiteetit

- Menetyksjärjestelmässä voidaan erottaa seuraavat kutsuintensiteetit:
  - $\lambda_{\text{offered}}$  = kaikkien saapuvien kutsujen saapumisintensiteetti
  - $\lambda_{\text{carried}}$  = palveluun päässeiden kutsujen saapumisintensiteetti
  - $\lambda_{\text{lost}}$  = menetettyjen kutsujen saapumisintensiteetti



$$\lambda_{\text{offered}} = \lambda_{\text{carried}} + \lambda_{\text{lost}} = \lambda$$

$$\lambda_{\text{carried}} = \lambda(1 - B_c)$$

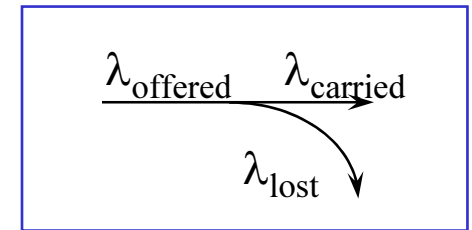
$$\lambda_{\text{lost}} = \lambda B_c$$



## Liikennevirrat

- Eri kutsuintensiteettien avulla voidaan määritellä seuraavat liikennevirrat:

- **Tarjottu liikenne**  $a_{\text{offered}} = \lambda_{\text{offered}} h$
- **Kuljetettu liikenne**  $a_{\text{carried}} = \lambda_{\text{carried}} h$
- **Menetetty liikenne**  $a_{\text{lost}} = \lambda_{\text{lost}} h$



$$a_{\text{offered}} = a_{\text{carried}} + a_{\text{lost}} = a$$

$$a_{\text{carried}} = a(1 - B_c)$$

$$a_{\text{lost}} = aB_c$$

- Tarjottu ja menetetty liikenne ovat hypoteettisia suureita, mutta kuljetettu liikenne on mitattavissa, sillä Littlen kaavan mukaan se kertoo keskimäärin käynnissä olevien kutsujen lkm:n

## Liikenneteoreettinen analyysi (1)

- Järjestelmän kapasiteetti
  - $n$  = linkissä olevien rinnakkaisten kanavien lkm
- Liikenne
  - $a$  = (tarjottu) liikenneintensiteetti
- Palvelun laatu (käyttäjän näkökulmasta)
  - $B_c$  = kutsuesto = tn, että saapuva kutsu menetetään
- Tarkastellaan tyyppiä **M/G/n/n** olevaa **puhdasta menetysjärjestelmää**, ts. oletetaan, että
  - uudet kutsut saapuvat **Poisson-prosessin** mukaisesti (intensiteetillä  $\lambda$ ) ja
  - kutsujen pitoajat ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen **mitä tahansa jakaumaa**, jonka odotusarvo on  $h$

## Liikenneteoreettinen analyysi (2)

- Tällöin eri tekijöiden (järjestelmä, liikenne ja palvelun laatu) välisen yhteyden kertoo ns. **Erlangin kaava**

$$B_c = \text{Erl}(n, a) := \frac{\frac{a^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{a^i}{i!}}$$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1, \quad 0! = 1$$

- Vaihtoehtoisia nimiä:
  - Erlangin B-kaava
  - Erlangin estokaava (blocking formula)
  - Erlangin menetyskaava (loss formula)
  - Erlangin ensimmäinen kaava

## Esimerkki

- Tarkastellaan esimerkinomaisesti hyvin pientä systeemiä. Oletetaan, että rinnakkaisten kanavien lkm on  $n = 4$  ja liikenneintensiteetti  $a = 2.0$  erlang. Tällöin kutsuestoksi  $B_c$  tulee

$$B_c = \text{Erl}(4,2) = \frac{\frac{2^4}{4!}}{1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!}} = \frac{\frac{16}{24}}{1 + 2 + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24}} = \frac{2}{21} \approx 9.5\%$$

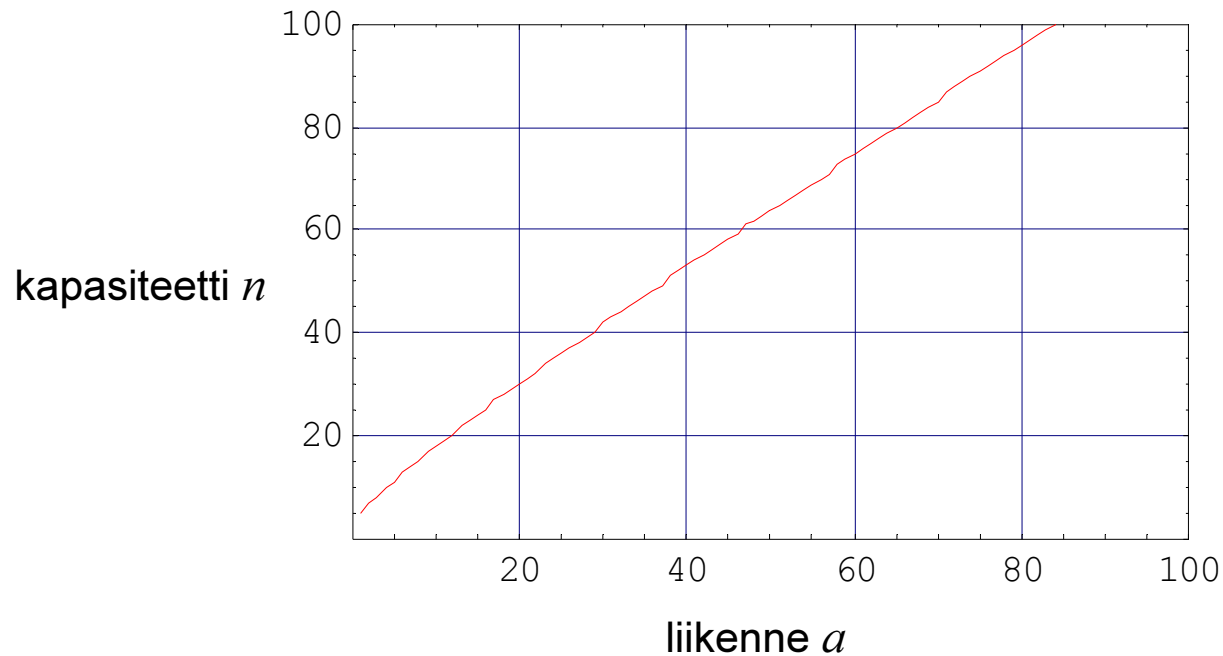
- Jos linkin kapasiteetti kasvatetaan  $n = 6$  kanavaan, niin  $B_c$  pienenee arvoon

$$B_c = \text{Erl}(6,2) = \frac{\frac{2^6}{6!}}{1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!} + \frac{2^6}{6!}} \approx 1.2\%$$

## Kapasiteetti liikenteen funktiona

- Asetetaan palvelun laatuvaatimukseksi, että kutsuesto  $B_c < 1\%$
- Tarvittava kapasiteetti  $n$  liikenteen  $a$  funktiona saadaan kaavalla:

$$n(a) = \min \{i = 1, 2, \dots \mid \text{Erl}(i, a) < 0.01\}$$

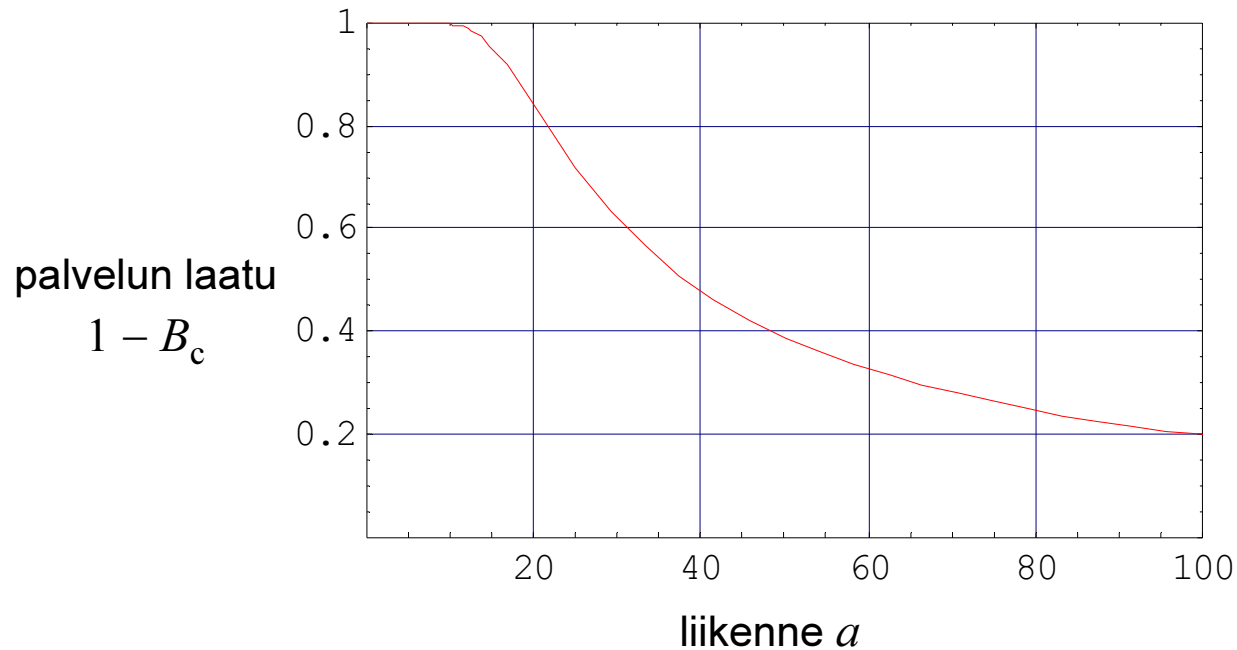


### 3. Esimerkkejä

## Palvelun laatu liikenteen funktiona

- Oletetaan sitten, että rinnakkaisten kanavien lkm eli kapasiteetti  $n = 20$
- Palvelun laatu  $1 - B_c$  liikenteen  $a$  funktiona saadaan kaavalla:

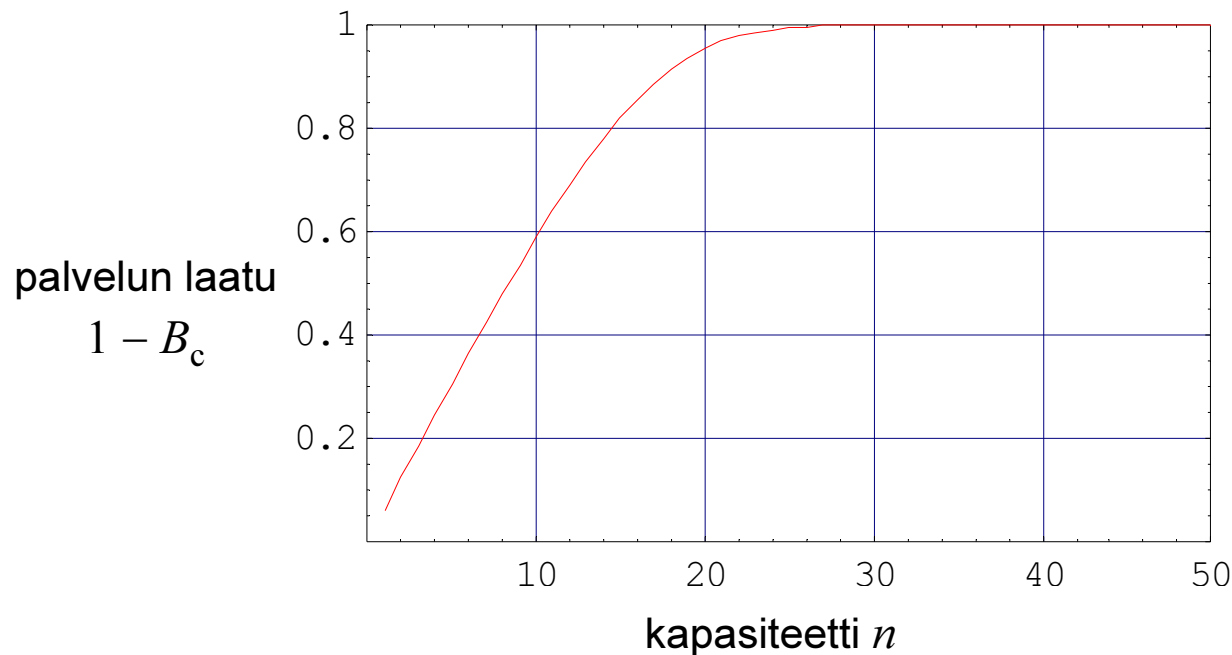
$$1 - B_c(a) = 1 - \text{Erl}(20, a)$$



## Palvelun laatu kapasiteetin funktiona

- Oletetaan lopuksi, että tarjotun liikenteen intensiteetti  $a = 15.0$  erlang
- Palvelun laatu  $1 - B_c$  kapasiteetin  $n$  funktiona saadaan kaavalla:

$$1 - B_c(n) = 1 - \text{Erl}(n, 15.0)$$



### 3. Esimerkkejä

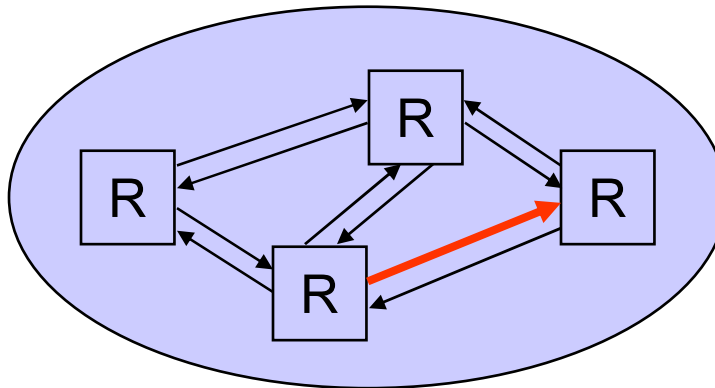
## Sisältö

- Puhelinliikenteen malli
- Pakettitason malli dataliikenteelle
- Vuotason malli elastiselle dataliikenteelle
- Vuotason malli virtaavalle dataliikenteelle



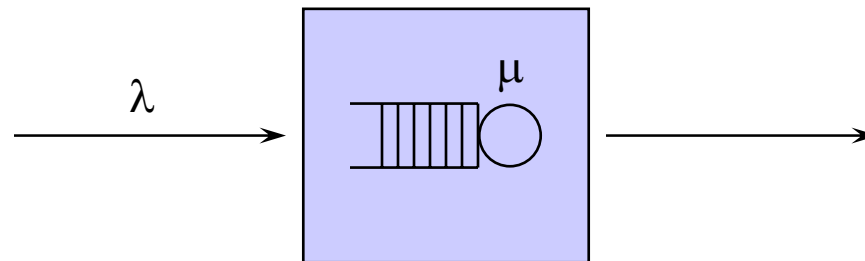
## Pakettitason malli dataliikenteelle (1)

- **Jonotusjärjestelmät** soveltuvat dataliikenteen kuvaamiseen pakettitasolla
  - Uranuurtajina 60- ja 70-luvuilla ARPANET:in tutkijat, eritoten *L. Kleinrock* (<http://www.lk.cs.ucla.edu/>)
- Tarkastellaan yhtä IP-reitittimen ulostulolinkkiä
  - Liikenne koostuu linkkiä pitkin lähetetyistä datapaketeista



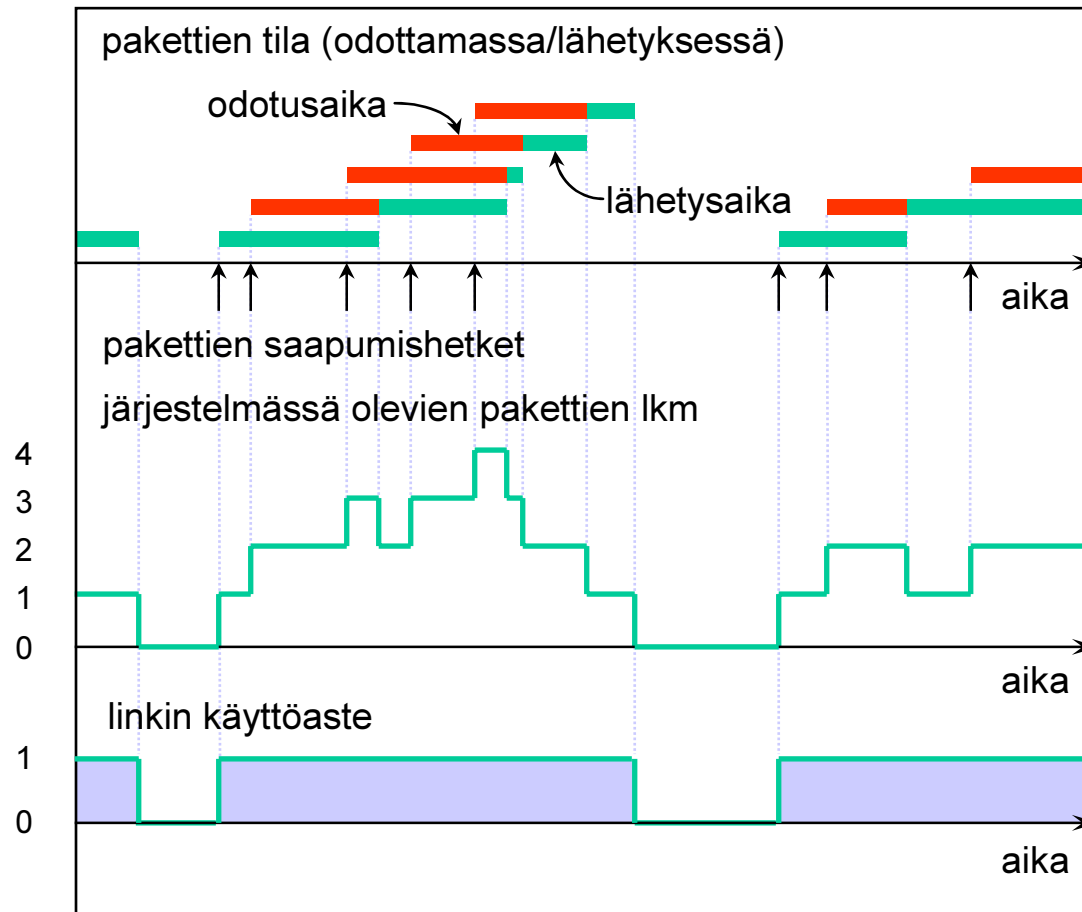
## Pakettitason malli dataliikenteelle (2)

- Klassisena mallina on yhden palvelijan ( $n = 1$ ) **puhdas jonotusjärjestelmä**, jossa on siis ääretön määrä odotuspaikkoja ( $m = \infty$ )
  - asiakas = paketti
    - $\lambda$  = uusien pakettien saapumisintensiteetti (pakettia per aikayks.)
    - $L$  = keskim. paketin pituus (datayks.)
  - palvelija = linkki, odotuspaikat = puskuri
    - $C$  = linkin kapasiteetti (datayks. per aikayks.)
  - palveluaika = paketin lähetysaika
    - $1/\mu = L/C$  = keskim. paketin lähetysaika (aikayks.)



### 3. Esimerkkejä

## Liikenneprosessi



## Liikennekuorma

- Tarjotun liikenteen voimakkuutta kuvataan liikennekuormalla (load).
- **Määritelmä: Liikennekuorma**  $\rho$  on pakettien saapumisintensiteetin  $\lambda$  suhde pakettien palveluintensiteettiin  $\mu = C/L$ :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda L}{C}$$

- Liikennekuorma on paljas luku (kuten menetysjärjestelmän liikenneintensiteettikin)
- Littlen kaavan nojalla: liikennekuorma kertoo keskimäärin palvelussa olevien asiakkaiden lkm:n.
- Se voidaan myös tulkita tn:ksi, että palvelija on mielivaltaisella ajanhetkellä käytössä. Näin ollen se kertoo järjestelmän **käyttöasteen** (utilization).

### 3. Esimerkkejä

## Esimerkki

- Tarkastellaan reitittimen ulostulolinkkiä. Oletetaan, että
  - lähetettäviä paketteja saapuu keskimäärin 50,000 kpl sekunnissa,
  - yhden paketin keskimääräinen pituus on 1500 tavua, ja
  - linkin kapasiteetti on 1 Gbps.
- Tällöin linkin kuormaksi (ja samalla käyttöasteeksi) tulee

$$\rho = 50,000 * 1500 * 8 / 1,000,000,000 = 0.60 = 60\%$$

## Viive

- Jonotusjärjestelmässä osa paketeista joutuu odottamaan lähetykseen pääsyä:
  - Saapuva paketti jää odottamaan puskuriin, jos ko. paketin saapuessa linkki on jo varattu
- Paketin **viive** (delay) reitittimen ulostulolinkillä koostuu
  - **odotusajasta** (jonotusviive), joka riippuu systeemin tilasta paketin saapuessa, sekä
  - **lähetyksajasta**, joka riippuu paketin pituudesta ja linkin kapasiteetista
- Esim.
  - paketin pituus = 1500 tavua
  - linkin kapasiteetti = 1 Gbps
  - paketin lähetyksaika =  $1500 \cdot 8 / 1,000,000,000 = 0.000012 \text{ s} = 12 \mu\text{s}$

## Liikenneteoreettinen analyysi (1)

- Järjestelmän kapasiteetti
  - $C$  = linkin kapasiteetti (kbps)
- Liikenne
  - $\lambda$  = pakettien saapumisintensiteetti (pakettia sekunnissa)
  - $L$  = keskimääräinen paketin pituus. Oletetaan tässä:  $L = 1$  kbit
- Palvelun laatu (käyttäjän näkökulmasta)
  - $P_z = \text{tn}$ , että paketin täytyy odottaa “liian kauan”, so. kauemmin kuin annettu referenssiarvo  $z$ . Oletetaan tässä:  $z = 0.00001$  s = 10  $\mu$ s
- Tarkastellaan tyyppiä **M/M/1** olevaa **puhdasta jonotusjärjestelmää**, ts. oletetaan, että
  - uudet paketit saapuvat **Poisson-prosessin** mukaisesti (intensiteetillä  $\lambda$ ) ja
  - pakettien pituudet ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen noudattaen **eksponenttijakaumaa** odotusarvolla  $L$

## Liikenneteoreettinen analyysi (2)

- Tällöin eri tekijöiden (järjestelmä, liikenne ja palvelun laatu) välisen yhteyden kertoo seuraava kaava:

$$P_z = \text{Wait}(C, \lambda; L, z) :=$$

$$\begin{cases} \frac{\lambda L}{C} \exp\left(-\left(\frac{C}{L} - \lambda\right)z\right) = \rho \exp(-\mu(1 - \rho)z), & \text{if } \lambda L < C (\rho < 1) \\ 1, & \text{if } \lambda L \geq C (\rho \geq 1) \end{cases}$$

- Huom:
  - Järjestelmä on **stabiili** vain tapauksessa  $\rho < 1$ . Muutoin odottavien pakettien jono kasvaa lopulta äärettömän pitkäksi.



## Esimerkki

- Oletetaan, että paketteja saapuu intensiteetillä  $\lambda = 600,000$  pps = 0.6 pakettia/ $\mu$ s ja linkin kapasiteetti on  $C = 1.0$  Gbps = 1.0 kbit/ $\mu$ s.
- Järjestelmä on stabiili, sillä

$$\rho = \frac{\lambda L}{C} = 0.6 < 1$$

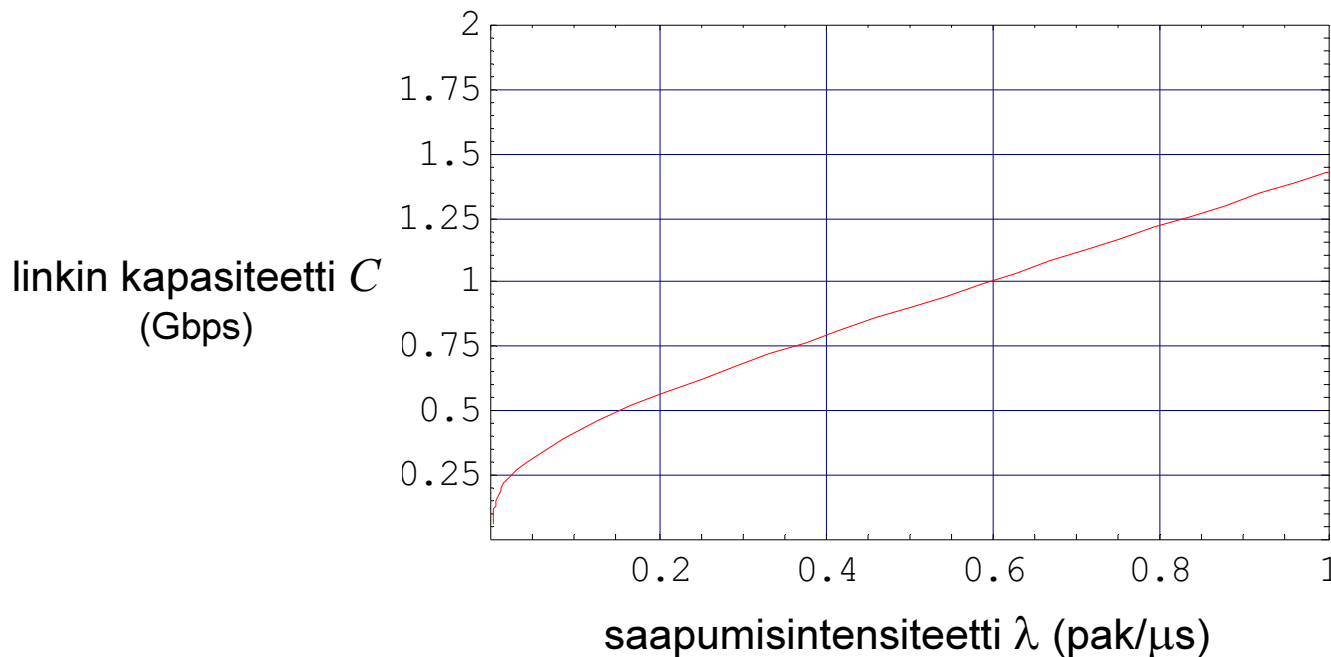
- Liian pitkän viiveen tn:ksi  $P_z$  (missä siis  $z = 10 \mu$ s) tulee

$$P_z = \text{Wait}(1.0, 0.6; 1, 10) = 0.6 \exp(-4.0) \approx 1\%$$

## Kapasiteetti saapumisintensiteetin funktiona

- Asetetaan palvelun laatuvaatimukseksi, että  $P_z < 1\%$
- Tarv. kapasiteetti  $C$  saap.intensiteetin  $\lambda$  funktiona saadaan kaavalla:

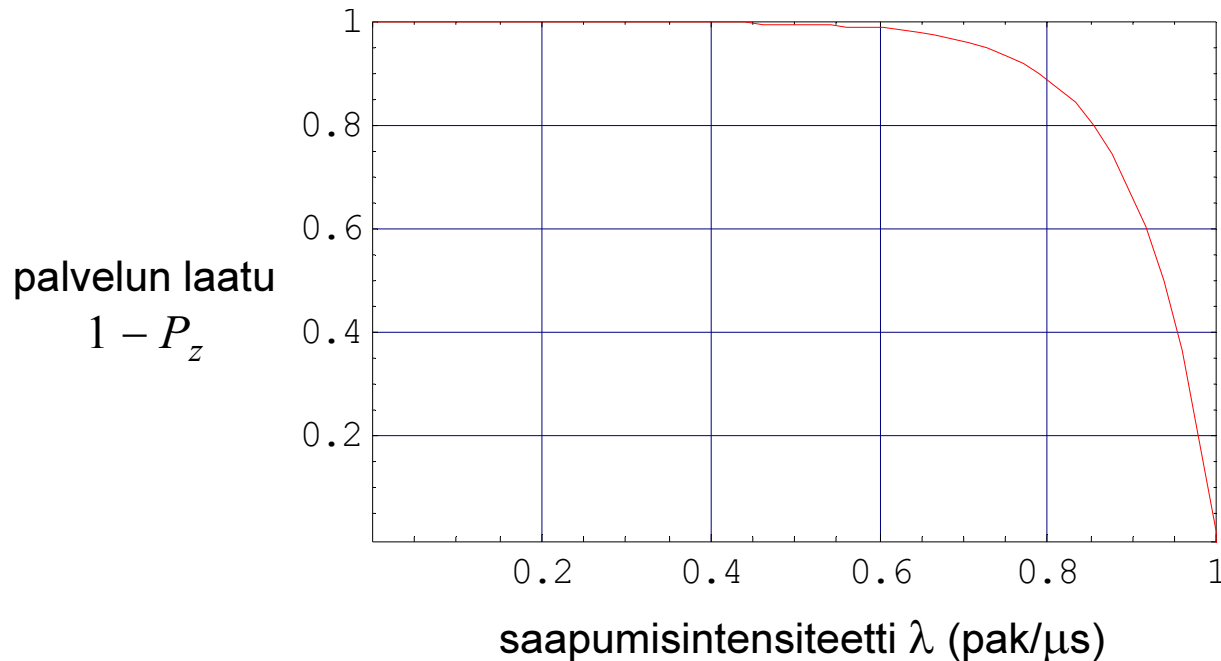
$$C(\lambda) = \min \{c > \lambda L \mid \text{Wait}(c, \lambda; 1, 10) < 0.01\}$$



## Palvelun laatu saapumisintensiteetin funktiona

- Oletetaan sitten, että linkin kapasiteetti on  $C = 1.0 \text{ Gbps} = 1.0 \text{ kbit}/\mu\text{s}$
- Palvelun laatu  $1 - P_z$  saapumisintensiteetin  $\lambda$  funktiona saadaan kaavalla:

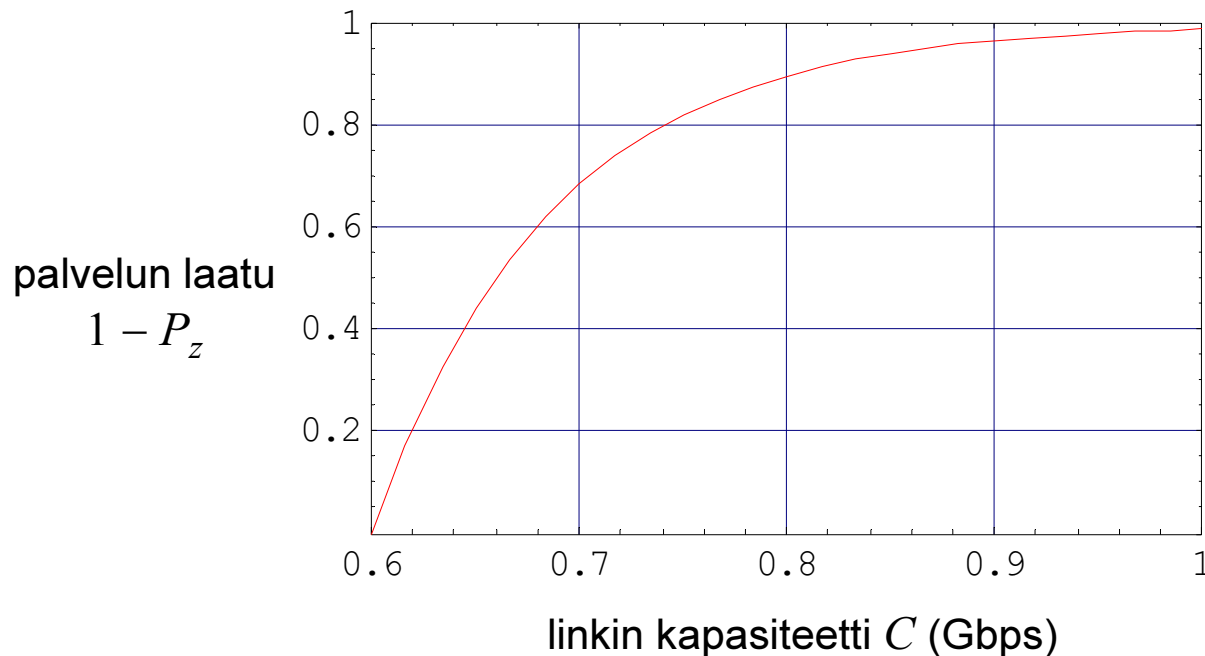
$$1 - P_z(\lambda) = 1 - \text{Wait}(1.0, \lambda; 1, 10)$$



## Palvelun laatu kapasiteetin funktiona

- Oletetaan lopuksi, että  $\lambda = 600,000$  pakettia/s = 0.6 pakettia/ $\mu$ s
- Palvelun laatu  $1 - P_z$  linkin kapasiteetin  $C$  funktiona saadaan kaavalla:

$$1 - P_z(C) = 1 - \text{Wait}(C, 0.6; 1, 10)$$



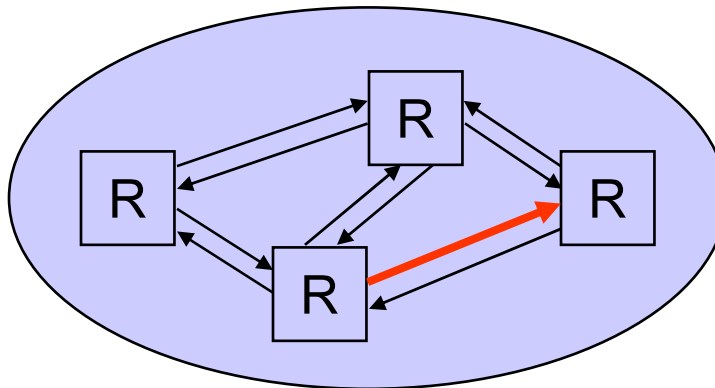
### 3. Esimerkkejä

## Sisältö

- Puhelinliikenteen malli
- Pakettitason malli dataliikenteelle
- Vuotason malli elastiselle dataliikenteelle
- Vuotason malli virtaavalle dataliikenteelle

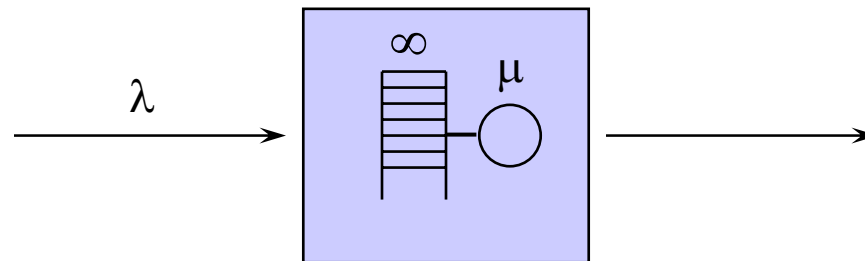
## Vuotason malli elastiselle dataliikenteelle (1)

- **Jakojärjestelmät** soveltuvat **elastisen** dataliikenteen kuvaamiseen vuotasolla
  - Elastisuus tarkoittaa, että voidaan lähetyksenopeus sopeutuu vallitsevaan liikennetilanteeseen: ruuhka pudottaa kaikkien voidaan lähetyksenopeuksia
  - Tätä koulukuntaa edustaa esim. *J. Roberts* tutkijoinen (<http://perso.rd.francetelecom.fr/roberts/>)
- Tarkastellaan yhtä reitittimen ulostulolinkkiä
  - Liikenne koostuu linkkiä pitkin kulkevista TCP-voista, joita käytetään erilaisten digitaalisten dokumenttien (tiedostojen, www-sivujen, ...) siirtoon



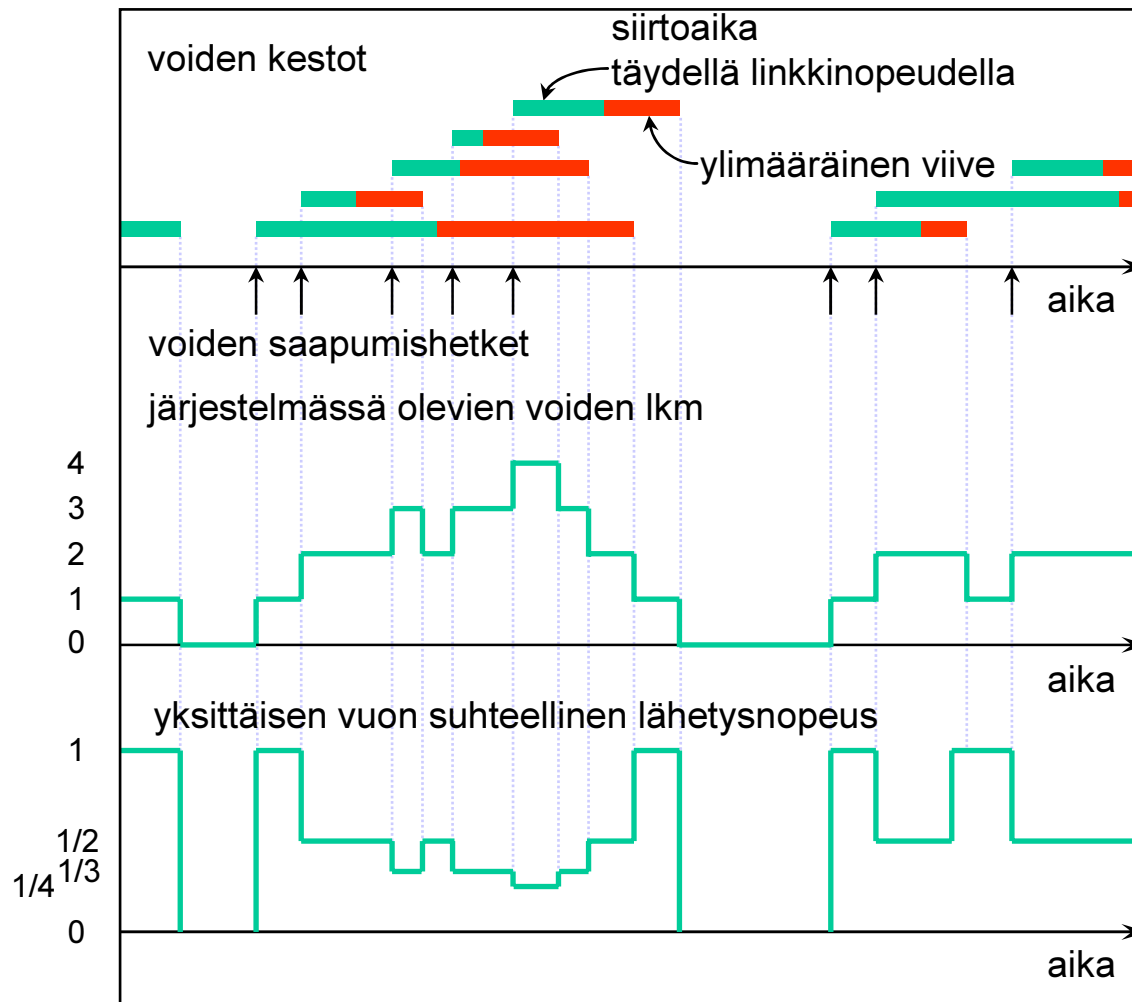
## Vuotason malli elastiselle dataliikenteelle (2)

- Yksinkertaisimpana mallina on yhden palvelijan ( $n = 1$ ) **puhdas jakojärjestelmä**, jossa kokonaispalvelunopeus on kiinteä  $\mu$ 
  - asiakas = TCP-vuo = siirrettävä “tiedosto”
    - $\lambda$  = uusien voiden saapumisintensiteetti (vuota per aikayks.)
    - $S$  = keskim. vuon pituus = keskim. siirrett. tiedoston koko (datayks.)
  - palvelija = linkki
    - $C$  = linkin kapasiteetti (datayks. per aikayks.)
  - palveluaika = tiedoston siirtoaika täydellä linkkinopeudella
    - $1/\mu = S/C$  = keskim. tiedoston siirtoaika täydellä nopeudella (aikayks.)



### 3. Esimerkkejä

## Liikenneprosessi





## Liikennekuorma

- Tarjotun liikenteen voimakkuutta kuvataan liikennekuormalla  $\rho$
- **Määritelmä: Liikennekuorma**  $\rho$  on voiden saapumisintensiteetin  $\lambda$  suhde voiden kokonaispalveluintensiteettiin  $\mu = C/S$ :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda S}{C}$$

- Liikennekuorma on tässäkin tapauksessa paljas luku
- Jakojärjestelmissä liikennekuorma ei kerro keskimäärin palvelussa olevien asiakkaiden lukumäärää. Miksei?
- Se voidaan kuitenkin edelleen tulkita tn:ksi, että palvelija on mielivaltaisella ajanhetkellä käytössä. Näin ollen se kertoo järjestelmän **käyttöasteen** (utilization).

### 3. Esimerkkejä

## Esimerkki

- Tarkastellaan reitittimen ulostulolinkkiä. Oletetaan, että
  - uusia voita saapuu keskimäärin 50 kpl sekunnissa,
  - yhden vuon keskimääräinen pituus on 1,500,000 tavua, ja
  - linkin kapasiteetti on 1 Gbps.
- Tällöin linkin kuormaksi (ja samalla käyttöasteeksi) tulee

$$\rho = 50 * 1,500,000 * 8 / 1,000,000,000 = 0.60 = 60\%$$

## Läpimeno

- Jakojärjestelmässä palvelukapasiteetti jaetaan tasan kaikkien aktiivisten voiden kesken. Tästä taas seuraa, että **kaikki** vuot viivästyvät, ts. kokonaisviive ylittää pelkän lähetysajan (ellei vuo sitten satu olemaan yksinään järjestelmässä).
- **Määritelmä:** Vuon keskimääräisen koon  $S$  suhdetta sen kokemaan keskimääräiseen kokonaisviiveeseen  $D$  sanotaan **läpimenoksi**  $\theta$  (throughput) eli keskimääräiseksi lähetysnopeudeksi,

$$\theta = S / D$$

- Esimerkki:
  - $S = 1 \text{ Mbit}$
  - $D = 5 \text{ s}$
  - $\theta = S/D = 0.2 \text{ Mbps}$

## Liikenneteoreettinen analyysi (1)

- Järjestelmän kapasiteetti
  - $C$  = linkin kapasiteetti (Mbps)
- Liikenne
  - $\lambda$  = voiden saapumisintensiteetti (vuota sekunnissa)
  - $S$  = keskimäär. vuon pituus. Oletetaan tässä:  $S = 1$  Mbit
- Palvelun laatu (käyttäjän näkökulmasta)
  - $\theta$  = vuon läpimeno eli keskimääräinen lähetysnopeus
- Tarkastellaan tyyppiä **M/G/1-PS** olevaa **jakojärjestelmää**, ts. oletetaan, että
  - uudet vuot saapuvat **Poisson-prosessin** mukaisesti (intensiteetillä  $\lambda$ ) ja
  - voiden pituudet ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen **mitä tahansa jakaumaa**, jonka odotusarvo on  $S$

## Liikenneteoreettinen analyysi (2)

- Tällöin eri tekijöiden (järjestelmä, liikenne ja palvelun laatu) välisen yhteyden kertoo seuraava kaava:

$$\theta = X_{\text{put}}(C, \lambda; S) := \begin{cases} C - \lambda S = C(1 - \rho), & \text{if } \lambda S < C (\rho < 1) \\ 0, & \text{if } \lambda S \geq C (\rho \geq 1) \end{cases}$$

- Huom:
  - Järjestelmä on **stabiili** vain tapauksessa  $\rho < 1$ . Muutoin voiden lukumäärä ja keskimääräinen läpimenoaika kasvaa rajatta, ja vuon kokema läpimeno lähestyy nollaa.

### 3. Esimerkkejä

## Esimerkki

- Oletetaan, että voita saapuu intensiteetillä  $\lambda = 600$  vuota sekunnissa ja linkin kapasiteetti on  $C = 1000$  Mbps = 1.0 Gbps.
- Järjestelmä on stabiili, sillä

$$\rho = \frac{\lambda S}{C} = \frac{600}{1000} = 0.6 < 1$$

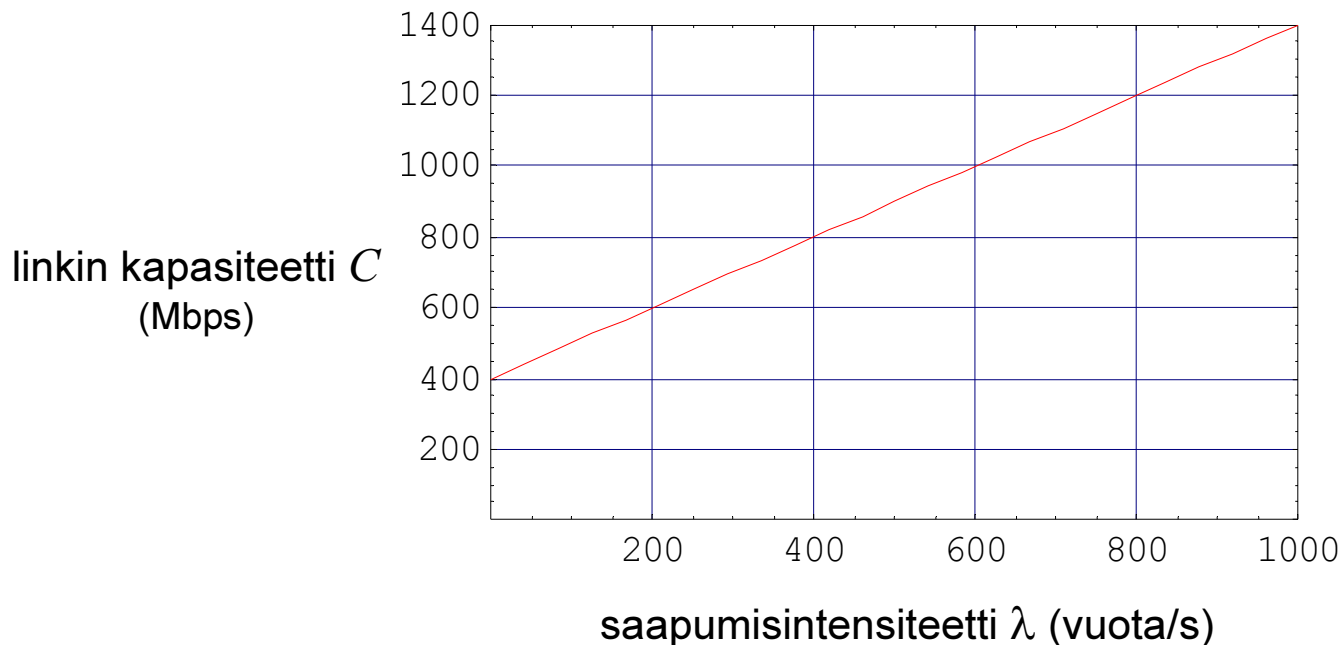
- Läpimenoksi tulee

$$\theta = X_{\text{put}}(1000, 600; 1) = 1000 - 600 = 400 \text{ Mbps} = 0.4 \text{ Gbps}$$

## Kapasiteetti saapumisintensiteetin funktiona

- Asetetaan palvelun laatuvaatimukseksi, että  $\theta \geq 400$  Mbps.
- Tarv. kapasiteetti  $C$  saap.intensiteetin  $\lambda$  funktiona saadaan kaavalla:

$$C(\lambda) = \min \{c > \lambda S \mid X_{\text{put}}(c, \lambda; 1) \geq 400\} = \lambda S + 400$$

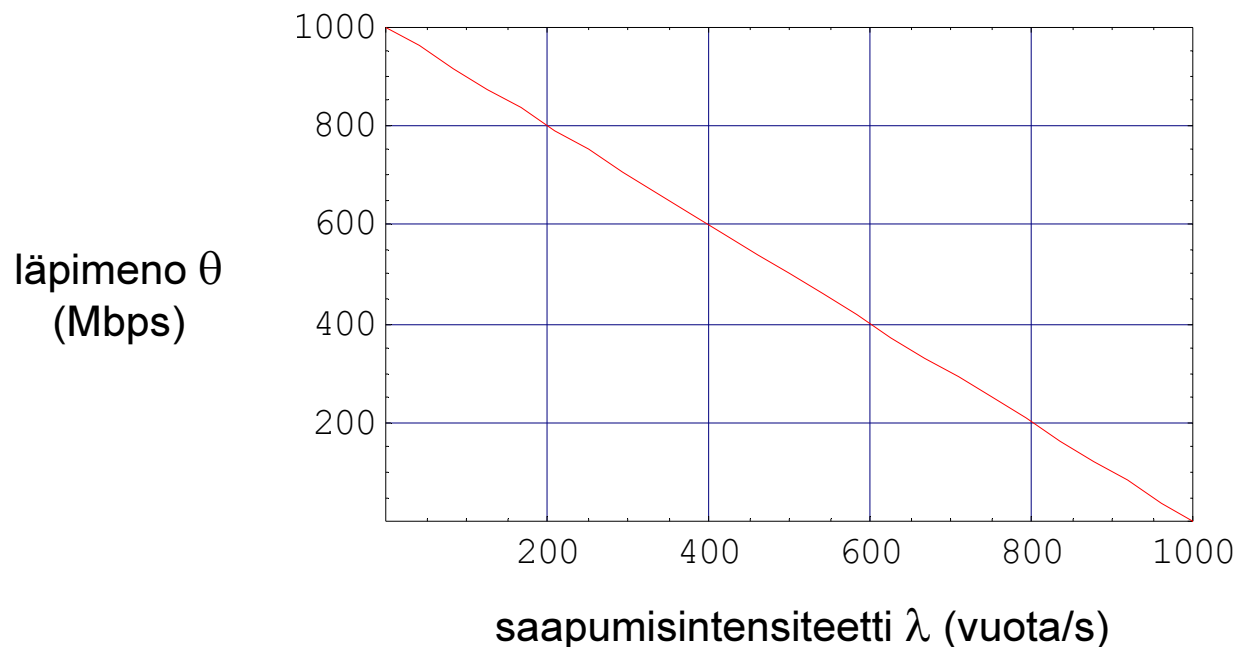


### 3. Esimerkkejä

## Palvelun laatu saapumisintensiteetin funktiona

- Oletetaan sitten, että linkin kapasiteetti on  $C = 1000$  Mbps
- Palvelun laatu  $\theta$  saapumisintensiteetin  $\lambda$  funktiona saadaan kaavalla:

$$\theta(\lambda) = X_{\text{put}}(1000, \lambda; 1) = 1000 - \lambda S, \quad \lambda < 1000/S$$



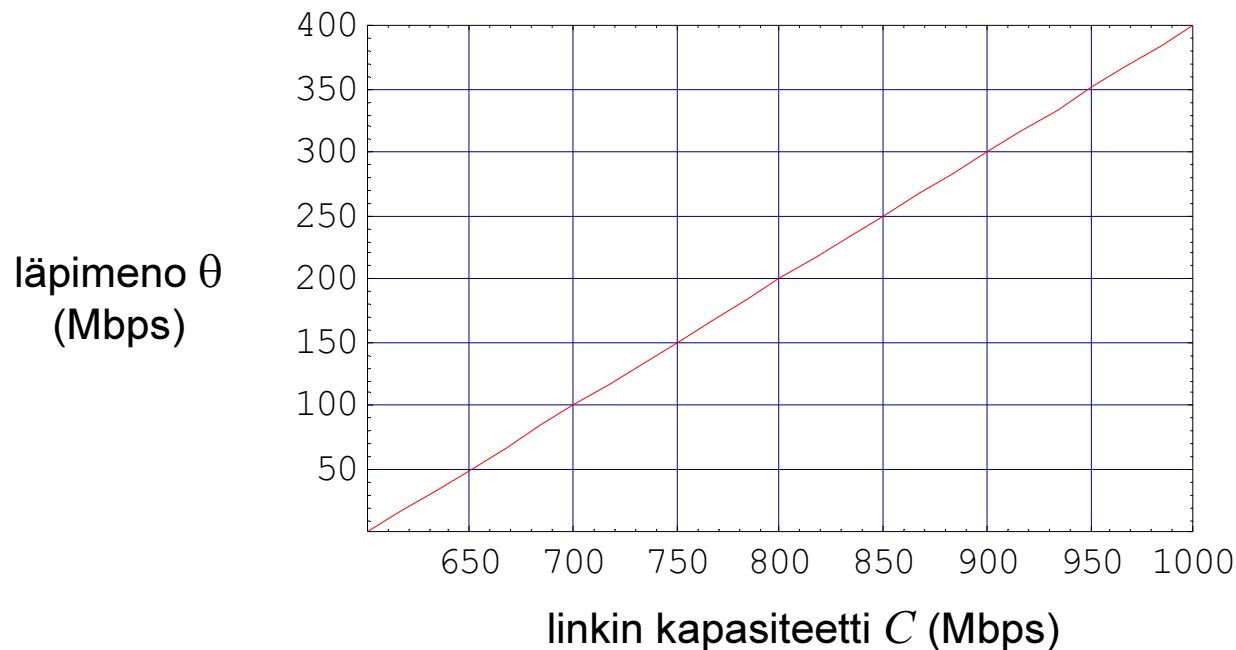


### 3. Esimerkkejä

## Palvelun laatu kapasiteetin funktiona

- Oletetaan lopuksi, että saapumisintensiteetti on  $\lambda = 600$  vuota/s
- Palvelun laatu  $\theta$  linkin kapasiteetin  $C$  funktiona saadaan kaavalla:

$$\theta(C) = X_{\text{put}}(C, 600; 1) = C - 600S, \quad C > 600S$$



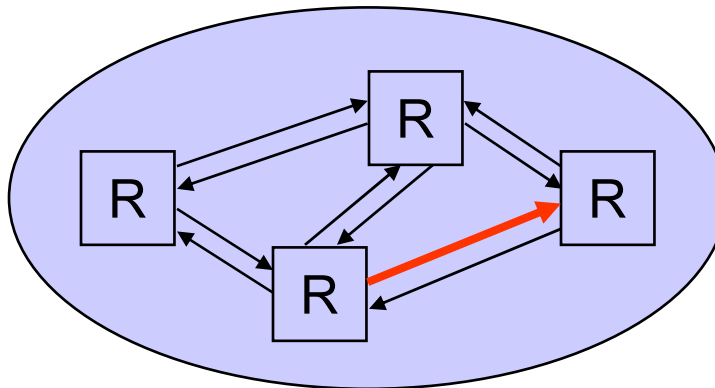
### 3. Esimerkkejä

## Sisältö

- Puhelinliikenteen malli
- Pakettitason malli dataliikenteelle
- Vuotason malli elastiselle dataliikenteelle
- Vuotason malli virtaavalle dataliikenteelle

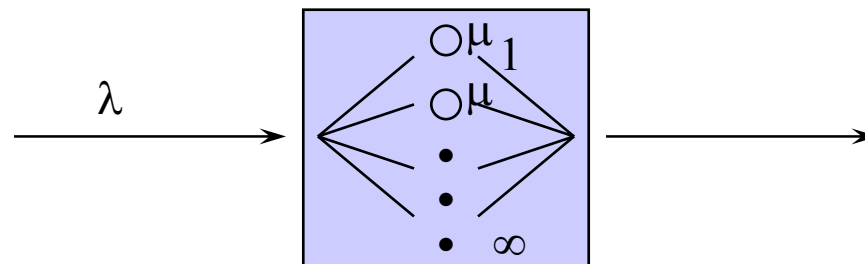
## Vuotason malli virtaavalle CBR-liikenteelle (1)

- **Ääretön järjestelmä** soveltuu **virtaavan vakionopeuksisen** dataliikenteen kuvaamiseen vuotasolla
  - Virtaavan vuon lähetysnopeus ei reagoi verkon tilaan, eikä verkon tila myöskään vaikuta vuon keston
  - Tällaisia malleja sovellettiin 90-luvulla ATM-verkkojen CBR-liikenteen liikenneteoreettiseen analyysiin
- Tarkastellaan yhtä reitittimen ulostulolinkkiä
  - Liikenne koostuu linkkiä pitkin kulkevista UDP-voista, joita käytetään virtaavan vakionopeuksisen liikenteen (esim. VoIP) siirtoon



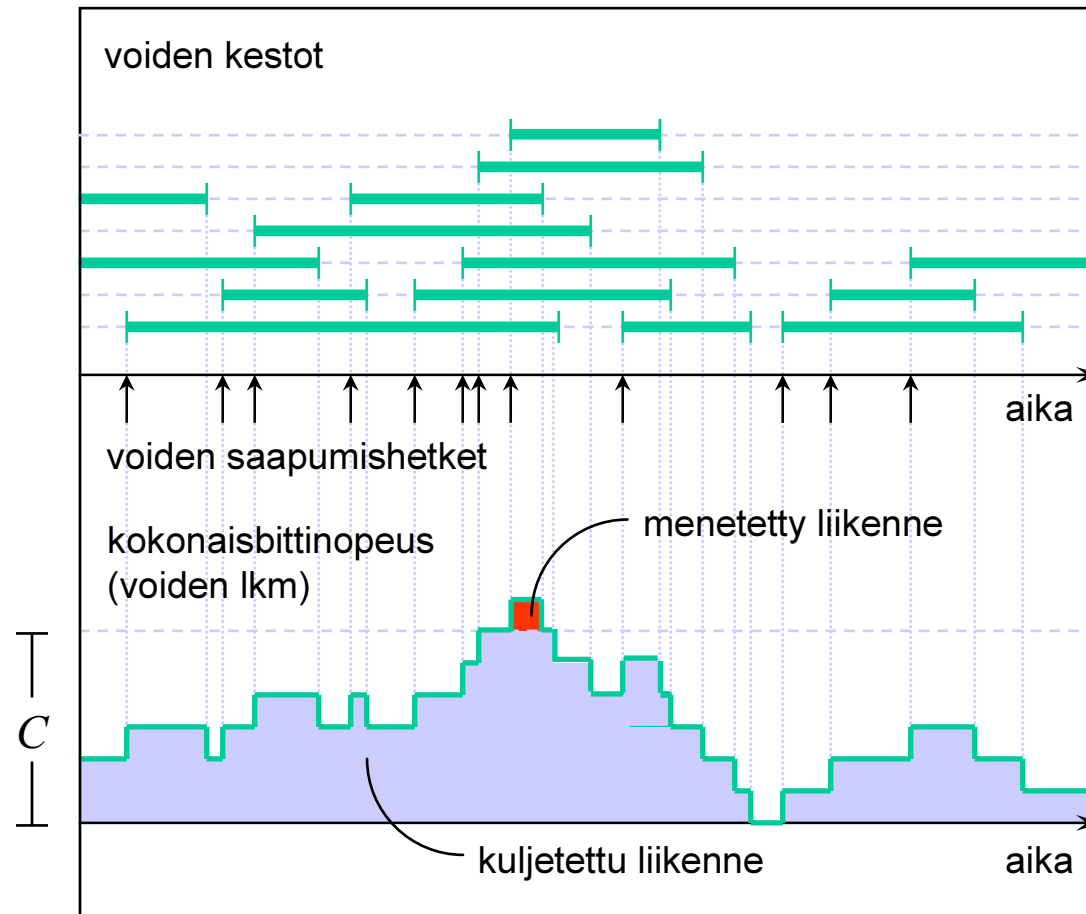
## Vuotason malli virtaavalle CBR-liikenteelle (2)

- Mallina on siis **ääretön järjestelmä** ( $n = \infty$ )
  - asiakas = UDP-vuo = vakionopeuksinen bittivirta
    - $\lambda$  = uusien voiden saapumisintensiteetti (vuota per aikayks.)
  - palveluaika = vuon kesto
    - $h = 1/\mu$  = keskimääräinen vuon kesto (aikayks.)
- **Puskuriton** vuotason malli:
  - kun voiden yhteinen lähetysnopeus ylittää linkin nopeuden, bittejä katoaa (tasaisesti kaikilta voilta)



### 3. Esimerkkejä

## Liikenneprosessi



## Tarjottu liikenne

- Merkitään  $r$ :llä yksittäisen vuon bittinopeutta
- Tarjotun liikenteen voimakkuutta kuvaa keskimääräinen voiden yhteenlaskettu bittinopeus  $R$ 
  - Littlen kaavan nojalla keskimääräinen aktiivisten voiden lkm on

$$a = \lambda h$$

- Tätä voidaan kutsua **liikenneintensiteetiksi** (vrt. puhelinliikenne)
- Tästä seuraa, että

$$R = ar = \lambda hr$$

## Häviösuhde

- Merkitään  $N$ :llä systeemissä olevien voiden lukumäärää
- Aina kun voiden yhteinen lähetysnopeus  $Nr$  ylittää linkin kapasiteetin  $C$ , bittejä katoaa nopeudella

$$Nr - C$$

- Keskimääräinen katoamisnopeus on siis

$$E[(Nr - C)^+] = E[\max\{Nr - C, 0\}]$$

- **Määritelmä: Häviösuhde**  $p_{\text{loss}}$  kertoo kadonneen liikenteen osuuden koko liikenteestä:

$$p_{\text{loss}} = \frac{E[(Nr - C)^+]}{E[Nr]} = \frac{1}{ar} E[(Nr - C)^+]$$

## Liikenneteoreettinen analyysi (1)

- Järjestelmän kapasiteetti
  - $C = nr$  = linkin kapasiteetti (kbps)
- Liikenne
  - $R = ar$  = tarjottu liikenne (kbps)
  - $r$  = vuon bittinopeus (kbps).
- Palvelun laatu (käyttäjän näkökulmasta)
  - $p_{\text{loss}}$  = häviösuhde
- Tarkastellaan tyyppiä **M/G/∞** olevaa **ääretöntä järjestelmää**, ts. oletetaan, että
  - uudet vuot saapuvat **Poisson-prosessin** mukaisesti (intensiteetillä  $\lambda$ ) ja
  - voiden kestot ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen **mitä tahansa jakaumaa**, jonka odotusarvo on  $h$



## Liikenneteoreettinen analyysi (2)

- Tällöin eri tekijöiden (järjestelmä, liikenne ja palvelun laatu) välisen yhteyden kertoo seuraava kaava:

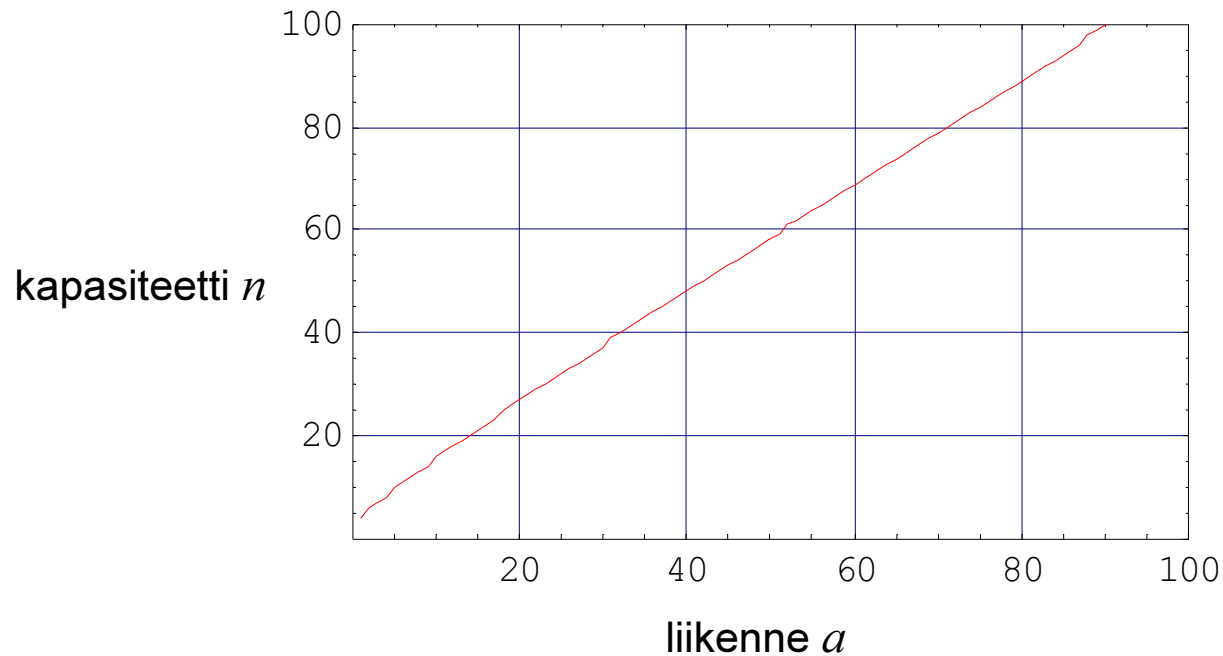
$$p_{\text{loss}} = \text{LR}(n, a) := \frac{1}{a} \sum_{i=n+1}^{\infty} (i - n) \frac{a^i}{i!} e^{-a}$$

- Esimerkki:
  - $n = 20$
  - $a = 14.36$
  - $p_{\text{loss}} = 0.01$

## Kapasiteetti liikenteen funktiona

- Asetetaan palvelun laatuvaatimukseksi, että häviösuhde  $p_{\text{loss}} < 1\%$
- Tarvittava kapasiteetti  $n$  liikenteen  $a$  funktiona saadaan kaavalla:

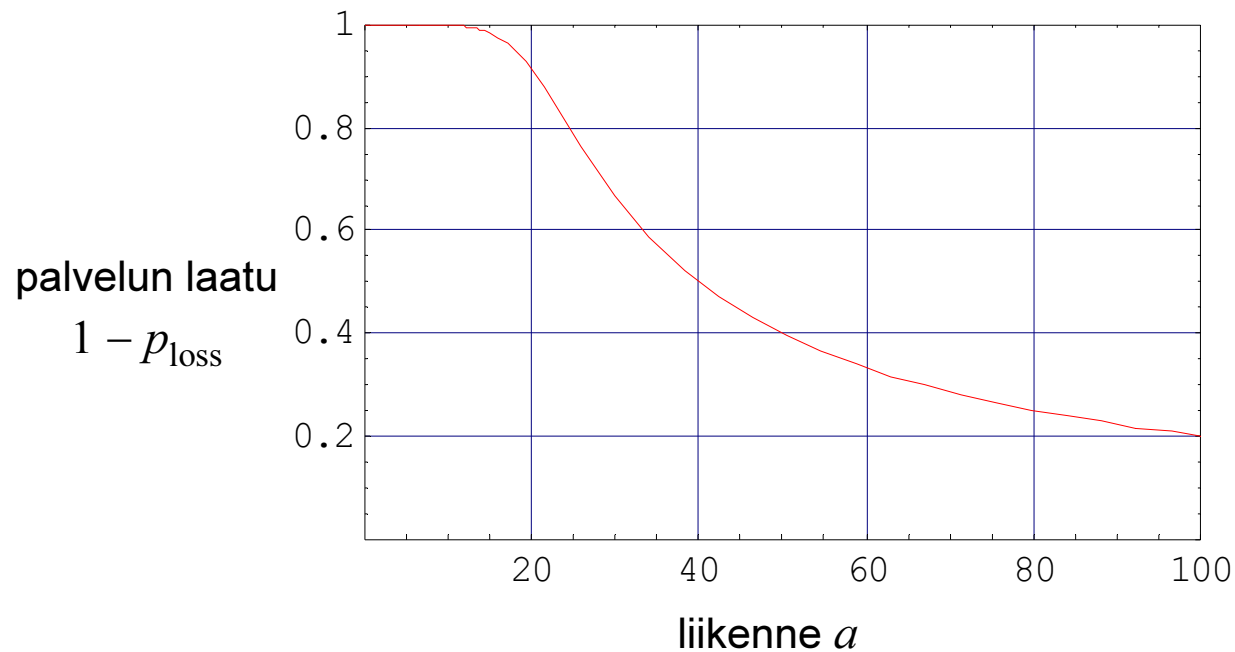
$$n(a) = \min \{i = 1, 2, \dots \mid \text{LR}(i, a) < 0.01\}$$



## Palvelun laatu liikenteen funktiona

- Oletetaan sitten, että kapasiteetti  $n = 20$
- Palvelun laatu  $1 - p_{\text{loss}}$  liikenteen  $a$  funktiona saadaan kaavalla:

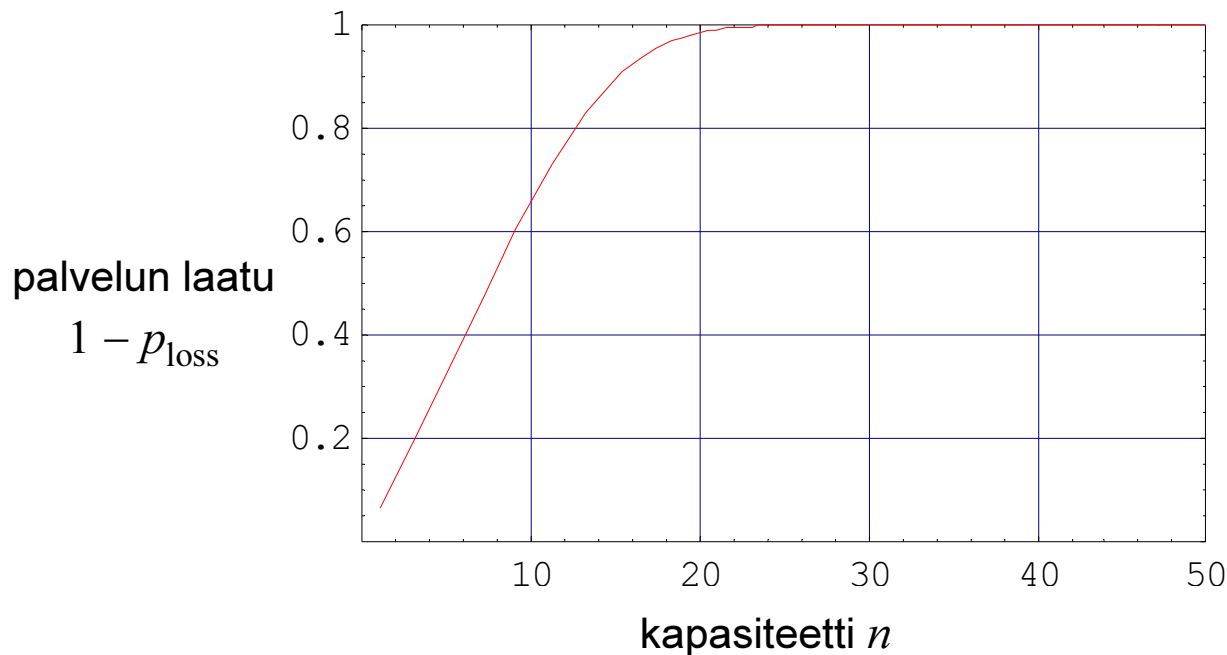
$$1 - p_{\text{loss}}(a) = 1 - \text{LR}(20, a)$$



## Palvelun laatu kapasiteetin funktiona

- Oletetaan lopuksi, että tarjotun liikenteen intensiteetti  $a = 15.0$  erlang
- Palvelun laatu  $1 - p_{\text{loss}}$  kapasiteetin  $n$  funktiona saadaan kaavalla:

$$1 - p_{\text{loss}}(n) = 1 - \text{LR}(n, 15.0)$$



### 3. Esimerkkejä

**THE END**

