TEKNILLINEN KORKEAKOULU
Tietoverkkolaboratorio
S-38.1145 Liikenneteorian perusteet, Kevät 2006

Laskuharjoitus 6
28.2.2006

Tehtävät 2, 3 ja 6 ovat kotitehtäviä. Palautus viimeistään ti 28.2. klo 10.00 kurssin laatikkoon (G-siipi, 2. kerros) tai laskareiden alussa ti 28.2. klo 10.15 assistentille.

1. *Demo*
   Simuloi tapahtumapohjaisesti M/M/1-FIFO-jonon (parametrein $\lambda = 1/2$ ja $\mu = 1$) jononpituuden $Q(t)$ kehitystä hetkestä 0 hetkeen $T = 2000$ olettaen, että systeemi on alussa tyhjä, $Q(0) = 0$. Jononpituuteen $Q(t)$ lasketaan kaikki hetkellä t systeemissä olevat asiakkaat, sekä odottavat että palvelussa oleva. Toteuta simulointi Matlabilla tai C:llä käyttäen satunnaislukujen generointiin sopivia kirjastofunktioita. Tee $n = 100$ riippumatonta simulointiajoa (ts. käytä satunnaislukujen generoinnissa eri siemenlukua eri simulointiajoissa). Laske kussakin simulointiajossa keskimääräinen jononpituus X aikavälillä $[T_0, T]$, missä $T_0 = 1000$, kaavasta

   $$X = \frac{1}{T - T_0} \int_{T_0}^{T} Q(t)dt.$$

   Näin saat n havaintoa $X_1, X_2, \ldots, X_n$ kyseisestä suureesta.

   (a) Tulosta näistä havainnoista lasketut keskiarvot $\bar{X}_m$, $m = 10, 20, \ldots, 100$, missä siis

   $$\bar{X}_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} X_i.$$

   (b) Tulosta lisäksi näistä havainnoista lasketut otoshajonnat S_m, $m = 10, 20, \ldots, 100$, missä siis

   $$S_m = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (X_i - \bar{X}_m)^2}.$$

   (c) Laske ja tulosta lopuksi havaintojen keskiarvojen $\bar{X}_m$, $m = 10, 20, \ldots, 100$, luottamusvälit 95%:n luottamustasolla olettaen, että havainnot ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen normaalijakaumaa, jonka varianssi on kuitenkin tuntematon.

2. *Kotitehtävä*
   Satunnaislukujen generointi.

   (a) Generoi 4 (pseudo)satunnaislukua jakaumasta U(0, 1) käyttäen luennoilla esitettyä MCG-algoritmia (Luentokalvo 11/25) parametrein $m = 2^{31} - 1$, $a = 16807$ ja $Z_0 = 654321$.

   (b) Generoi (a)-kohdan satunnaislukuja käyttämällä 4 satunnaislukua kustakin seuraavasta jakaumasta: U(−1, 1), Bin(4, 0.5), Exp(1). Käytä luentokalvoissa esiteltyjä menetelmiä.

3. *Kotitehtävä*
   Oletetaan, että simuloinnilla on saatu seuraavat havainnot X_i parametrista α: 2.47, 5.12, 3.13, 4.56, 2.80, 6.07. Laske 95% luottamusväli parametrille α

   (a) olettaen, että yksittäisen havainnon varianssi tunnetaan ($D^2[X_i] = 2$);

   (b) olettaen, että ko. varianssia ei tunneta.

4. *Demo*

Tarkastellaan verkkoa, jossa on 4 solmua ja 10 linkkiä. Merkitään $\mathcal{N}$:llä solmujen joukkoa, $\mathcal{N} = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \mathrm{d}\}$, ja $\mathcal{J}$:llä linkkien joukkoa, $\mathcal{J} = \{1, 2, \dots, 10\}$. Linkkien ominaisuudet käyvät ilmi alla olevasta taulukosta (j = linkin indeksi, n_j = lähtösolmu, m_j = määränpääsolmu, c_j = kapasiteetti).

j	n_j	m_j	c_j
1	a	b	10
2	b	a	10
3	a	c	10
4	c	a	10
5	a	d	10
6	d	a	10
7	b	c	4
8	c	b	4
9	c	d	4
10	d	c	4

Piirrä verkon topologia. Montako OD-paria verkossa on? Montako polkua verkossa on? Montako lyhintä polkua verkossa on, kun linkeille valitaan yksikköpainot ($w_j = 1$ kaikilla j)?

5. *Demo*

Jatketaan edellisen tehtävän verkon tarkastelua. Verkkoa kuormittaa alla olevan liikennematriisin $\mathbf{T}$ mukainen liikenne,

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 0 & 2 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Muotoile tästä Luentokalvon 12/25 mukainen kuormantasausongelma ja esitä sen ratkaisu perusteluineen.

(b) Laske tämän optimaalisen reitityksen aiheuttamat linkkikuormat.

6. *Kotitehtävä*

Jatketaan vielä edellisten tehtävien verkon ja liikenteen tarkastelua. Oletetaan nyt, että reititykseen käytetään lyhimmän polun algoritmia yksikköpainoilla ($w_j = 1$ kaikilla j) yhdistettynä Luentokalvolla 12/17 esitettyyn ECMP-periaatteeseen.

(a) Laske tämän lyhimmän polun reitityksen aiheuttamat linkkikuormat.

(b) Esitä tätä parempi reititys, joka on saatu linkkipainoja muuttamalla.