2 Estojärjestelmät ja tilastollinen kanavoituminen 7.5.1998

Tarkastellaan modeemipoolia, jossa on 5 modeemia. Uusia kutsuja tulee keskimäärin 5 minuutin välein ja yhteys kestää keskimäärin 15 minuuttia.

a) Kuinka suuri osa tulevista kutsuista estyy, jos kutsut eivät voi jäädä odottamaan (estojärjestelmä)?

Oletetaan seuraavissa kohdissa, että kutsut jäävät jonoon odottamaan modeemin vapautumista (M/M/S/∞–järjestelmä).

b) Kuinka suuri osa kutsuista joutuu odottamaan?

c) Mikä on keskimääräinen odotusaika?

d) Kuinka suuri osa kutsuista joutuu odottamaan yli 20 minuuttia?

Oletetaan, että jonotuspaikkoja on 5 kpl (M/M/S/N -järjestelmä).

e) Millä todennäköisyydellä kutsu jää jonoon? Entä millä todennäköisyydellä kutsu estyy (ei pääse edes jonoon?

Annetaan seuraavat valmiiksi johdetut kaavat:

- Erlangin estokaava kun A on liikenteen määrä erlangeissa ja S on palvelupaikkojen määrä:

$$B_e[A,S] = \frac{\frac{A^S}{S!}}{\sum_{i=0}^{S} \frac{A^i}{i!}} \tag{2}$$

  Tehtävän ratkaisussa voi käyttää, työvälineestä riippuen, Erlangin kaavaa rekursiomuodossa:

$$\begin{aligned} B_e[0] &= 1 \\ B_e[A,S+1] &= \frac{1}{1+\frac{S+1}{AB[A,S]}} = A\frac{B[A,S]}{(S+1)+AB[A,S]} \end{aligned} \tag{3}$$

- M/M/S/∞: Jonojärjestelmä, jossa tulo- ja palveluprosessi ovat Poisson-tyyppisiä, palvelimia on S kappaletta ja jonotuspaikkoja on äärettömästi.

  Jonottamaan joutuvien osuus (tai oikeammin todennäköisyys, että uusi asiakas joutuu odottamaan:

$$B_w[A,S] = \frac{1}{1 + (\frac{1}{B_e[A,S]} - 1)(1 - \frac{A}{S})} \tag{4}$$

  Odotusajan pituuden todennäköisyys:

$$P[t_w > t, A, S] = B_w e^{-\frac{(S-A)t}{h}} \tag{5}$$

  ja odotusajan odotusarvo:

$$E[t_w, A, S] = \frac{hB_w}{S - A} \tag{6}$$

  jossa h on yhteyden keskimääräinen kestoaika.

- M/M/S/N: Samantyyppinen jonojärjestelmä kuin M/M/S/∞, mutta nyt jonotuspaikkoja on äärellinen määrä (N). Jonoon joutuvien osuus:

$$B_w[A,S,N] = \frac{1}{1 + \frac{(\frac{1}{B_e[A,S]} - 1)(1 - \frac{A}{S})}{1 - (\frac{A}{S})^{N+1}}} \tag{7}$$

  Kokonaan järjestelmästä putoavien osuus:

$$B_t[A,S,N] = \frac{(1 - \frac{A}{S})(\frac{A}{S})^N}{1 - (\frac{A}{S})^{N+1}} B_w[A,S,N] \tag{8}$$

2.1 Tilastollinen kanavoituminen ATM:ssä

ATM-kanavointilaitteeseen on liitetty kuusi tilaajaa, jotka tarjoavat verkkoon toisistaan riippumatonta vaihtelevannopeuksista videokuvaa. Tilaajia on kahdenlaisia (ja heitä on kolme kumpaakin lajia verkossa eli $n_a = n_b = 3$):

1. Lähteen A perusnopeus(λ_{Aperus}) on 15 Mbit/s ja 10% ajasta tarvittava nopeus(λ_{Amax}) on 30 Mbit/s
2. Lähteen B perusnopeus(λ_{Bperus}) on 15 Mbit/s ja 30% ajasta tarvittava nopeus(λ_{Bmax}) on 20 Mbit/s

Väylän tilaajille tarjoama nopeus(λ_{vayla}) on 148,75 Mbit/s

- Mikä on väylän keskimääräinen kuormitus ?
- Millä todennäköisyydellä väylä on ylikuormitustilassa ?
- Kuinka suuri osa väylälle tarjottavista soluista menetetään ?
- Kuinka suuren osa soluistaan menettää tilaaja A ? Entäpä tilaaja B ? Oletetaan , että ylikuormitustilan aikana hylättävät solut valitaan satunnaisesti.

Laske edellä olevat tehtävät, kun tilaajia on 24 ($n_a = n_b = 12$) ja A:n perusnopeus on 3,75 Mbit/s ja huippunopeus 10% ajasta 7,5 Mbit/s sekä B:n perusnopeus on 3,75 Mbit/s ja huippunopeus 30 % ajasta on 5 Mbit/s.

Vertaile kummassakin tapauksessa saamiasi tuloksia. Mistä arvelet ilmiön johtuvan ?